

NOTE / NOTE

Apport de la technique du krigeage avec dérive externe pour une cartographie raisonnée de l'équivalent en eau de la neige : Application aux bassins de la rivière Gatineau

Dominique Tapsoba, Vincent Fortin, François Anctil et Mario Haché

Résumé : L'algorithme géostatistique du krigeage avec dérive externe (KDE) est appliqué à l'estimation spatiale de l'équivalent en eau de la neige au sol (ÉEN). La dérive externe, le relief, est représentée par un modèle numérique d'altitudes (MNA) de 10 km de résolution. Sur le réseau dense de la période d'intérêt (mi-mars 1982) qui correspond au maximum de l'accumulation de la neige et aux débuts de la fonte sur les bassins de la rivière Gatineau, la technique du KDE est comparée à celle du krigeage ordinaire (KO) monovarié. Les résultats indiquent une amélioration sensible de la précision des estimations faites par la technique du KDE, notamment dans les zones sous-échantillonnées et en extrapolations. Un baromètre de quantification de la performance — la racine de la moyenne des erreurs quadratiques (RMEQ) — de cette méthode face à différents niveaux de dégradation des réseaux de mesures nivométriques est proposé.

Mots clés : équivalent en eau de la neige, krigeage avec dérive externe, racine des erreurs moyennes quadratique, modèle numérique d'altitudes.

Abstract: The geostatistical algorithm of kriging with external drift (KED) is applied to the spatial estimation of snow water equivalent measured at single points. A digital elevation model with a 10-km resolution is used as external drift. Over the dense network of the period of interest (mid-March 1982), which corresponds to the maximum snow accumulation and the beginning of the snow melt in the Gatineau River basin, the KED technique is compared to the univariate ordinary kriging (OK). The results indicate a significant estimation precision improvement when the KED technique is used, notably in the under-sampled and extrapolated zones. A quantitative performance barometer — the root-mean-square (RMS) error — of this method with regards to the various degradation levels of the snow depth measurement network is proposed.

Key words: snow water equivalent, kriging with external drift, root-mean-square errors, digital elevation model.

[Journal translation]

Introduction

La fonte du manteau neigeux en association ou non avec un événement pluvieux est le mécanisme responsable de la majorité des crues en région nordique. C'est pourquoi l'évaluation de l'état du couvert nival en temps réel intéresse

au plus haut point les autorités responsables de la gestion des ressources hydriques. De façon opérationnelle, ce sont les valeurs moyennes de l'équivalent en eau de la neige (ÉEN) qui intéressent au premier plan le prévisionniste. L'évaluation de ces valeurs moyennes peut s'effectuer soit par le calage d'une surface avec une méthode destinée initia-

Reçu le 19 novembre 2003. Révision acceptée le 2 novembre 2004. Publié sur le site Web des presses scientifiques du CNRC, à <http://rcgc@cnrc.ca> le 26 mars 2005.

D. Tapsoba^{1,2} et V. Fortin. Institut de Recherche d'Hydro-Québec, 1800, boul. Lionel-Boulet, Varennes, QC J3X 1S1, Canada.

F. Anctil. Département de génie civil, Université Laval, Ste-Foy, QC G1K 7P4, Canada.

M. Haché. Institut de la statistique du Québec, 200, chemin Sainte-Foy, QC G1R 5T4, Canada.

Les commentaires sur le contenu de cette note doivent être envoyés au directeur scientifique de la revue avant le 30 juin 2005.

1. Auteur correspondant (courriel : Tapsoba.Dominique@ireq.ca).

2. Adresse actuelle : Innovation technologique et gestion des systèmes hydriques, Hydro-Québec, 75, boul. René-Lévesque ouest, 9^e étage, Montréal, QC H2Z 1A4, Canada.

lement à l'interpolation ponctuelle, mais que l'on peut intégrer numériquement sur la surface, soit par l'extension directe d'une technique d'estimation ponctuelle à l'estimation de valeurs moyennes en introduisant une intégration analytique dans la formulation même de l'interpolateur. Que ce soit donc pour cartographier des variables hydrométéorologiques ou pour évaluer des lames d'eau moyennes sur les unités de base des modèles hydrologiques, l'hydrologie opérationnelle doit s'appuyer sur des méthodes d'interpolations efficaces dont l'erreur soit en moyenne nulle et de variance aussi faible que possible.

Parmi les algorithmes d'interpolation existants, l'approche géostatistique (Matheron 1963; Chilès et Delfiner 1999; Isaaks et Srivastava 1989) peut répondre à cette exigence. Pour des réseaux de mesures au sol de très faibles densités, les méthodes géostatistiques notamment le krigeage, permettent une meilleure estimation spatiale des variables hydro-météorologiques que les méthodes classiques (Borga et Vizzaccaro 1997; Dirks et al. 1998). En plus de fournir l'erreur associée aux estimations, l'intérêt des algorithmes géostatistiques est qu'ils prennent en compte le comportement spatial spécifique des variables hydroclimatologiques ainsi que des corrélations éventuelles avec d'autres variables ou co-facteurs, qui gouvernent leurs manifestations dans l'espace. L'intégration de ces co-facteurs peut se faire avec l'algorithme du krigeage avec dérive externe (KDE) dans le cadre de la géostatistique multivariée (Wackernagel et al. 2002; Wackernagel 2003). Pourtant, les centres de prévision hydrologique utilisent encore trop souvent des méthodes simplistes comme les polygones de Thiessen pour l'évaluation de l'ÉEN. L'objet du présent article est d'illustrer sur un bassin versant canadien les avantages du KDE en considérant le relief comme co-facteur et de démontrer que cette technique est mûre pour une utilisation opérationnelle par les agences provinciales qui font de la prévision hydrologique. Une méthode statistique permet ensuite d'évaluer la performance de cet algorithme selon l'effectif des sites disponibles sur un réseau de base.

Approche méthodologique : le krigeage avec dérive externe.

L'équivalent en eau de la neige au sol est un paramètre hydrologique relativement facile à mesurer manuellement par carottage, mais très difficile à mesurer précisément de façon automatique ou par télédétection. En un point, ce paramètre représente la colonne d'eau résultant de la fonte d'une carotte de neige prélevée sur toute l'épaisseur du manteau neigeux. En raison des coûts reliés aux campagnes de terrain, les points de mesures sont souvent très distants les uns des autres. De plus, les valeurs mesurées peuvent être très variables en raison de la variabilité spatio-temporelle des conditions météorologiques, mais aussi en fonction de co-facteurs comme le couvert végétal, le relief, la vitesse et l'orientation des vents. Tout l'intérêt de la prise en compte d'un ou plusieurs co-facteurs — sous réserve d'une corrélation satisfaisante entre l'ÉEN et le ou les co-facteurs considérés — réside dans le fait que celui-ci ou ceux-ci vont contribuer à apporter une information supplémentaire dans l'estimation de l'ÉEN, surtout dans les zones où l'on dispose de peu ou pas d'observations. Un co-facteur connu sur

l'intégralité de la grille d'interpolation est un cas idéal. Dans le cadre de cette étude, le co-facteur qui était disponible et qui répondait à cette condition idéale est le relief. Il est représenté par un modèle numérique d'altitudes (MNA) d'une résolution de 10 km en longitude et en latitude extrait de la banque du fichier mondial des altitudes produit par le US Geological Survey. Il est bien connu que, par nature même, la distribution des variables climatologiques est, pour certain nombre d'entre elles et considérées à un pas de temps adéquat, très liée à la configuration de la topographie environnante. Une étude indique par exemple que 81,9 % de la variance de l'ÉEN dans les rocheuses canadiennes est expliquée par l'altitude et la pente (Loijens 1972). De nombreux travaux menés par Daly (Daly et al. 1994) et par le National Geophysical Data Center (1989) concluaient que pour de nombreuses régions une meilleure approximation des effets orographiques pouvait être obtenue avec une grille de la résolution adoptée dans cette étude.

La prise en compte d'un ou plusieurs co-facteurs ou variables auxiliaires fait appel à la technique du krigeage multivariée (Wackernagel et al. 2002; Wackernagel 2003). Il en existe deux types : la technique du co-krigeage (Hevesi et al. 1992a, 1992b) et celle du krigeage avec dérive externe (Hudson et Wackernagel 1994; Wackernagel 2003). Ces deux techniques reposent sur des hypothèses différentes. La technique du co-krigeage avec intégration du relief a été appliquée avec succès par Carroll et Cressie (1996, 1997) pour l'estimation de l'ÉEN sur des petits bassins alpins. Dans le cas du krigeage avec dérive externe, cadre de cette étude, la variable auxiliaire, soit ici la topographie, est considérée comme une deuxième variable aléatoire et est interprétée comme la dérive ou la tendance générale que peut suivre le comportement de l'ÉEN sur le bassin versant. Soit :

$$[1] \quad Z(x) = R(x) + a + bV(x)$$

tel que

$$E(Z(x)) = a + bV(x)$$

où a et b sont constantes, $V(x)$ la variable auxiliaire, les altitudes, est connue à tous les nœuds de la grille d'interpolation mais variable, et $R(x)$ est supposée être un résidu intrinsèque de moyenne $E(R(x)) = 0$. L'ÉEN est alors modélisé comme une variable non stationnaire dont la moyenne non constante est localement égale à une fonction linéaire de la topographie, la dite dérive externe. Une fois la forme de la dérive définie, on ajuste un modèle de variogramme au résidu $R(x)$ sous-jacent inconnu. Cet ajustement se fait de façon automatique avec le logiciel ISATIS (2002) selon la théorie des fonctions aléatoires d'ordre k (Wackernagel 2003). Cette approche revient à choisir le modèle de variogramme du résidu.

Ainsi parmi une liste a priori des modèles statistiquement cohérents et possibles, on retient le modèle le plus adapté à la forme de la dérive et à la stationnarité sous-jacente des incréments du résidu, selon des critères d'ajustements mathématiques. Les tests de validation croisée permettent ensuite d'identifier le modèle de variogramme qui donne les résultats les plus satisfaisants. Le principe de la validation croisée est le suivant : une donnée de l'ÉEN est retirée du jeu de

Fig. 1. Représentation plane du modèle numérique des altitudes, des limites des cinq bassins versants qui composent le bassin de la rivière Gatineau en traits continus.

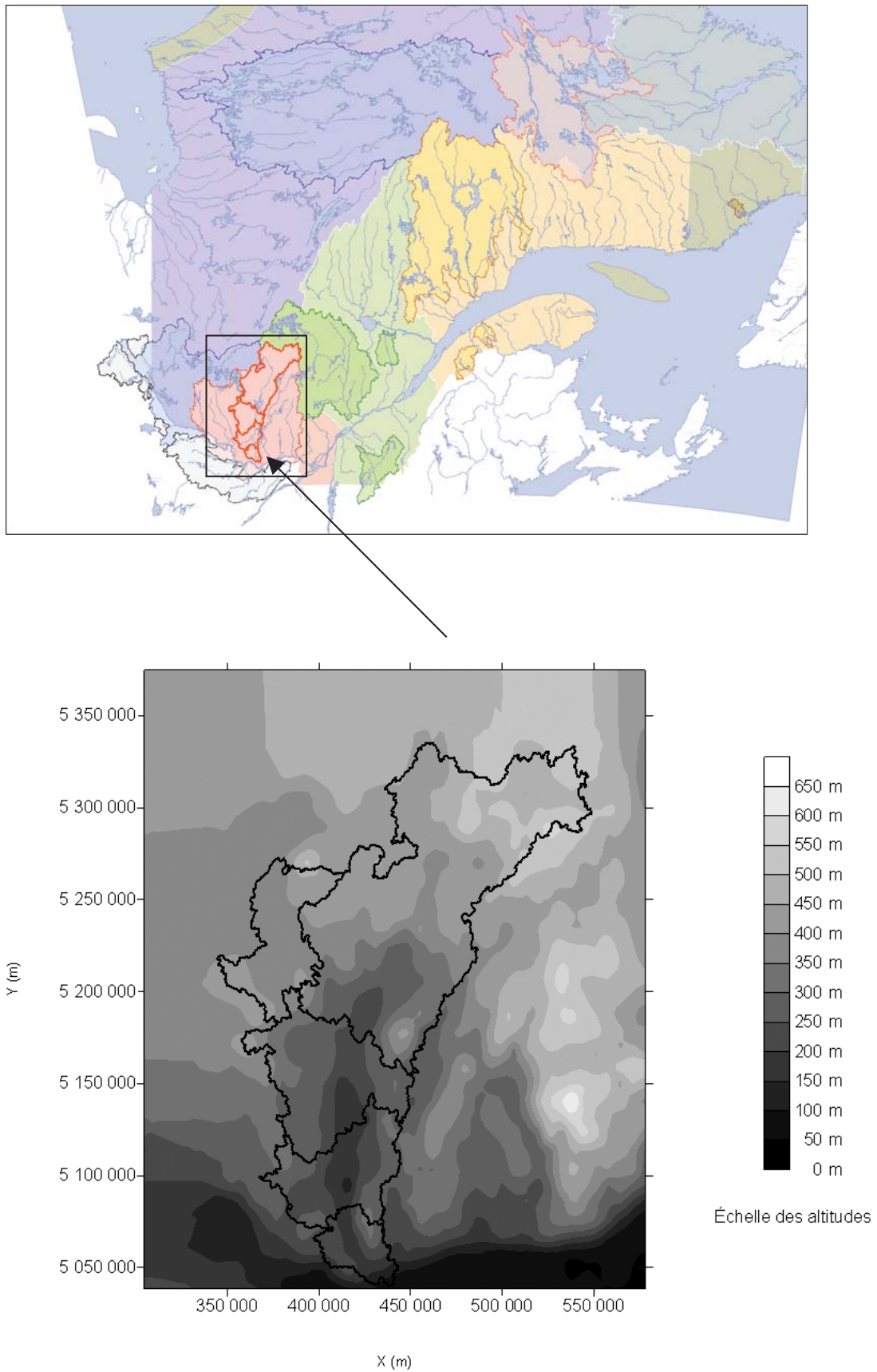
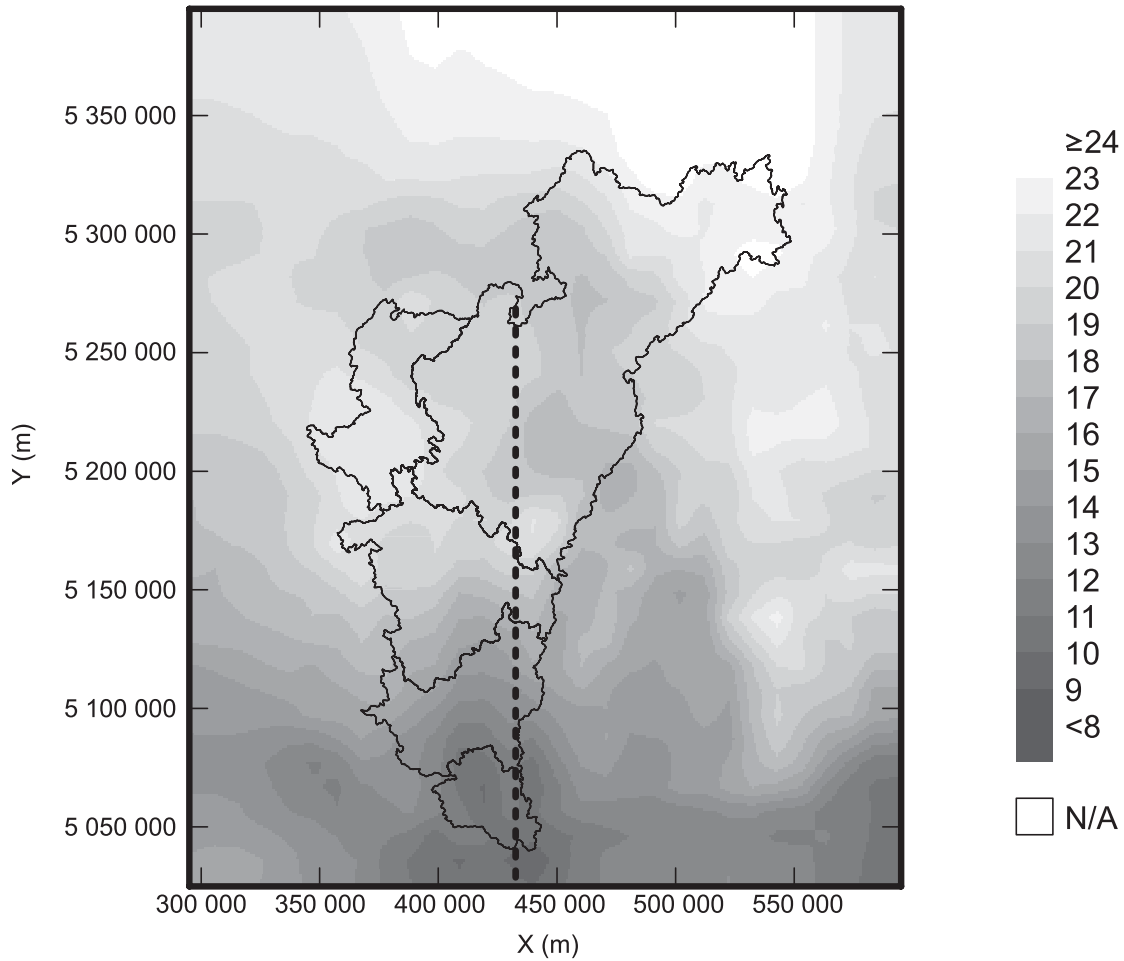


Fig. 2. Carte obtenue par la méthode du krigeage avec dérive externe et le trait en pointillé matérialisant le transect.



données initial, et la valeur à l'endroit où elle se trouvait est estimée à partir des données restantes et du modèle testé. La donnée est remise dans le jeu de données, et cette procédure est répétée pour toutes les données de l'ÉEN. Cette procédure fournit des valeurs estimées aux points de mesure pour comparaison avec les valeurs réelles observées. On peut donc contrôler statistiquement la qualité de l'estimation résultant du modèle par le biais d'un nuage de corrélation entre les données réelles et les valeurs estimées ou par l'analyse des erreurs commises.

Une fois le modèle de variogramme du résidu défini, on estime l'ÉEN $Z^*(x_0)$ à partir des mesures voisines de l'ÉEN $Z(x_i)$, tout en y intégrant la forme de la dérive :

$$Z^*(x_0) - E(Z(x_0)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \{Z(x_i) - E(Z(x_i))\} \quad [2]$$

$$Z^*(x_0) - (a + bV(x_0)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \{Z(x_i) - [a + bV(x_i)]\}$$

Le fait de formuler l'estimateur en soustrayant la dérive revient à travailler dans le cadre de la géostatistique intrinsèque. Sous les deux contraintes suivantes :

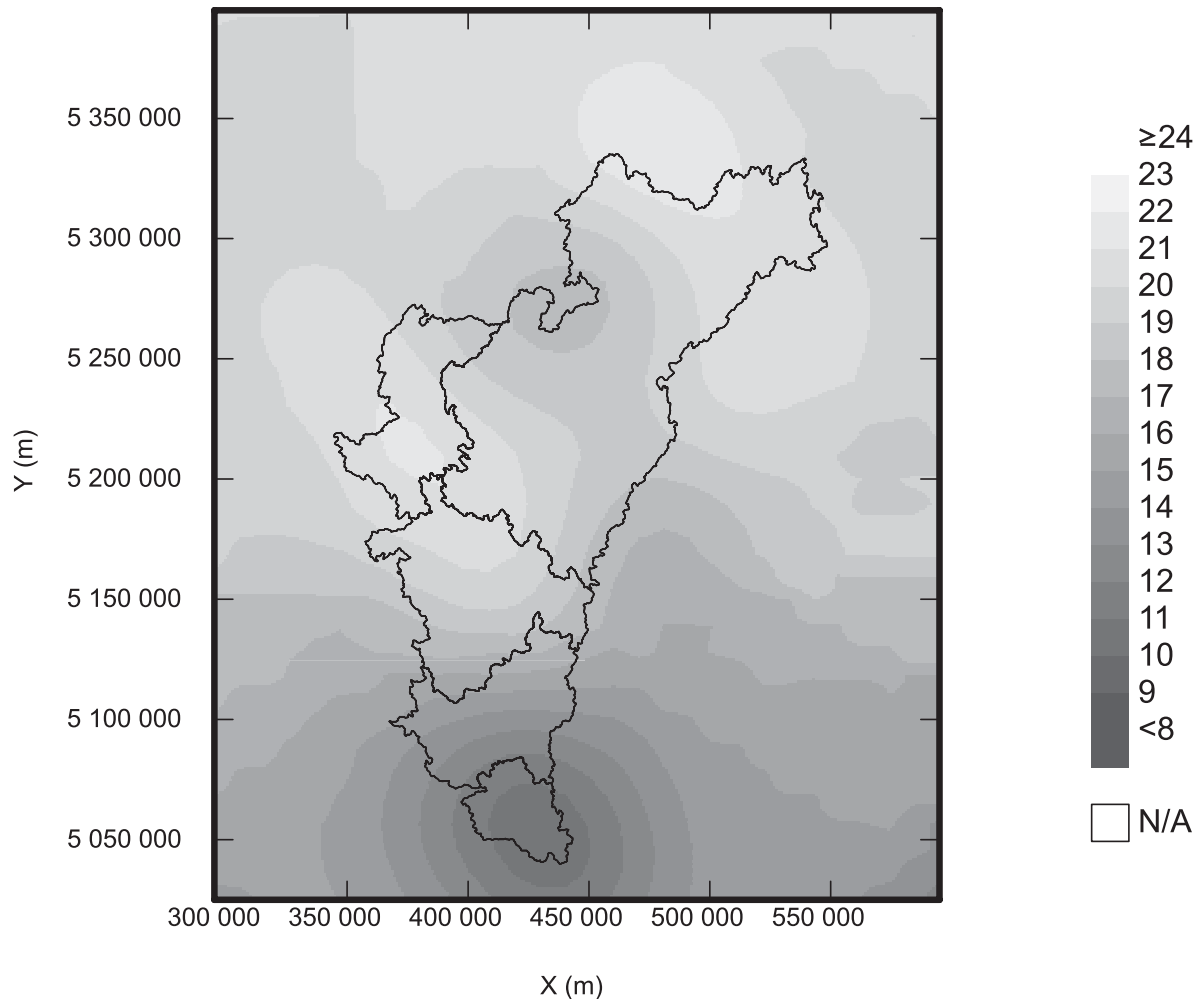
$$E\{Z(x_0) - Z^*(x_0)\} = 0 \quad [3]$$

$$\text{Var}\{Z(x_0) - Z^*(x_0)\} \text{ est minimale} \quad [4]$$

On développe un système linéaire d'équations à résoudre en terme λ_i :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_R(x_i - x_j) - \mu_1 - \mu_2 V(x_i) = \gamma_R(x_i - x_0) \\
 [5] \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j V(x_j) = V(x_0)
 \end{aligned}$$

Fig. 3. Carte obtenue par la méthode du krigeage ordinaire monovariante de l'équivalent en eau de la neige de la période de mi-mars 1982.



où μ_1 et μ_2 sont les paramètres de Lagrange, et γ_R est le variogramme du résidu R . Le premier membre du système contient la corrélation spatiale entre les points de mesure, et le deuxième membre contient la corrélation spatiale entre les points de mesure et le point à estimer. Les deux dernières équations, provenant de la contrainte de non-biais, permettent de filtrer la dérive dans la forme de l'estimateur :

$$[6] \quad Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Les coefficients inconnus de la dérive, a et b , ne figurent ni dans la forme de l'estimateur ni dans le système à résoudre. Ainsi les pondérateurs obtenus, qui respectent la forme de la dérive sans jamais l'estimer explicitement, sont directement affectés aux données de l'ÉEN pour obtenir la valeur estimée de l'ÉEN au nœud de la grille.

Les données de l'étude

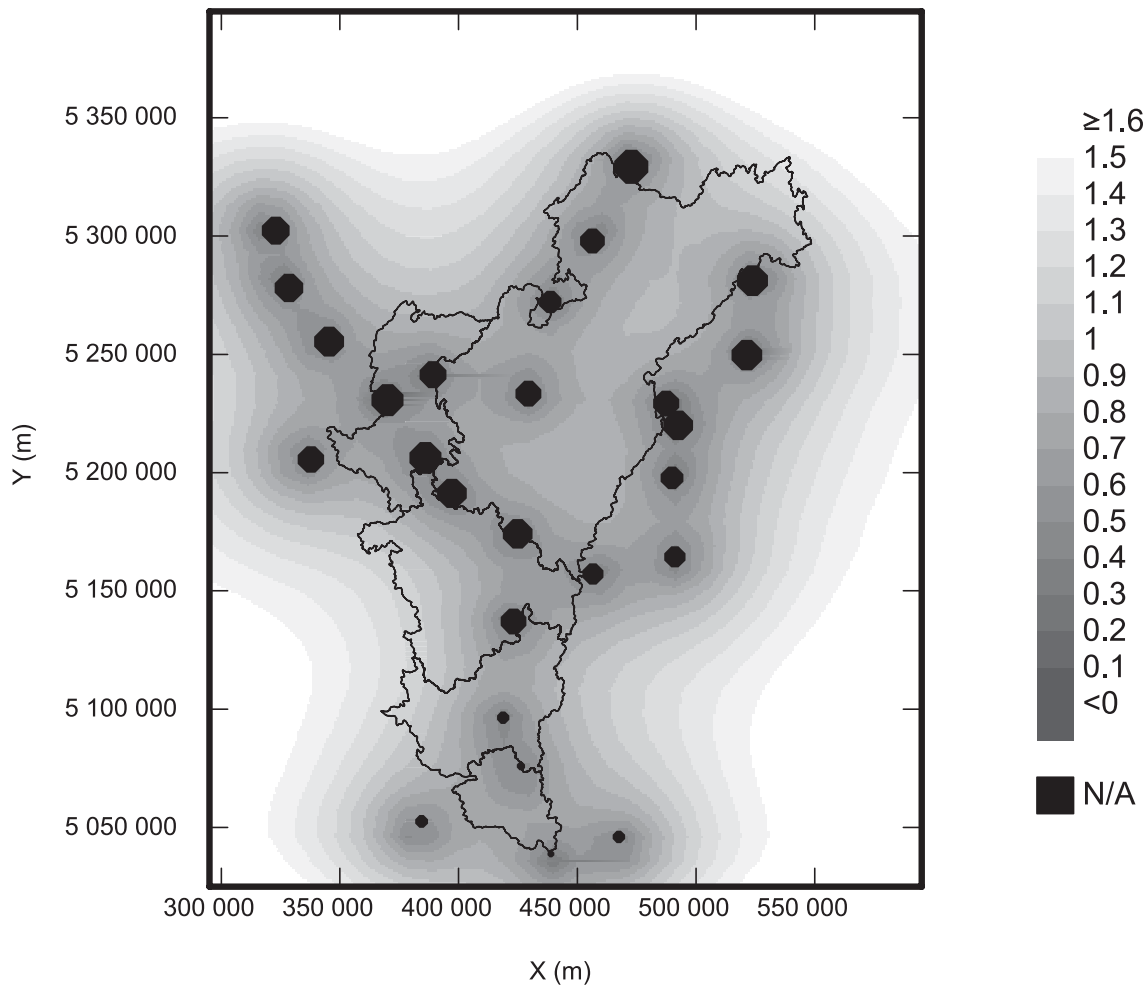
Le bassin de la rivière Gatineau se compose de cinq sous-bassins (fig. 1). Les données utilisées pour illustrer les méthodes d'estimations présentées plus haut sont celles de mi-mars 1982. Cette date a été retenue pour tester l'approche

utilisée, car elle correspond à l'année où le réseau était le plus dense. Elle correspond aussi en réalité à une période comprise entre le 11 et le 17 mars 1982. L'extension considérable du bassin et la difficulté d'accès à de nombreux sites font qu'une campagne de relevés s'étale sur plusieurs jours. Les relevés obtenus dans cet intervalle de temps peuvent être agglomérés, si, bien sûr, aucune chute ou fonte importante ne sont rapportées à l'intérieur du dit intervalle. Cette approche est très courante dans l'application des méthodes d'estimations de l'ÉEN (Carroll et al. 1999; Cowles et al. 2001). Elle se justifie aussi par le fait que pour une date unique, l'effectif des sites observés sur l'ensemble du réseau est très faible. Sur un tel réseau d'observations, il est difficile d'ajuster un semivariogramme empirique admissible (Journel et Huijbregts 1978).

Résultats cartographiques

Vu le nombre très limité de stations à l'intérieur du bassin (10), la technique du KDE et du krigeage ordinaire est appliquée aussi aux 18 autres stations situées dans un voisinage suffisamment proche du bassin. La carte obtenue à l'aide du krigeage multivariante avec dérive externe est présentée sur la figure 2. Comme on peut le voir aisément, cette méthode d'interpolation donne une représentation plus réa-

Fig. 4. Carte des écarts types de krigeage fournie par le krigeage avec dérive externe et les sites de mesures de l'équivalent en eau de la neige (ÉEN) en points de la période de mi-mars 1982. La taille des points est proportionnelle à la valeur de l'ÉEN au site.



liste de la distribution spatiale de l'ÉEN que celle issue du krigeage ordinaire monovariante globalement moins contrastée (fig. 3). Sur la carte obtenue par la technique du KDE, les valeurs faibles de l'ÉEN sont distribuées suivant le tracé du cours d'eau à l'extrême sud du bassin, tandis que pour la même zone, on observe sur la carte obtenue par l'interpolation monovariante un cercle concentrique autour du site de mesure. Dans les zones peu ou pas échantillonnées, l'organisation spatiale des valeurs de l'ÉEN reflète à des degrés divers celle de la topographie (fig. 1).

Sur les cartes des figures 4 et 5, les écart-types de krigeage représentent les dispersions possibles des valeurs réelles et inconnues autour des valeurs obtenues par interpolation multivariante (fig. 4) et monovariante (fig. 5). Les localisations des 28 sites correspondant à la période d'étude y sont indiquées par des points noirs. La taille des points est proportionnelle aux valeurs de l'ÉEN observées aux sites. Plus ces dispersions, c'est-à-dire les variances de krigeage, sont faibles, plus les valeurs interpolées sont en moyenne près de la réalité, et donc plus les cartes sont précises. Ainsi les fortes valeurs de la variance de krigeage permettent de localiser les zones sous-échantillonnées sur les cartes interpolées. Les valeurs minimales sont ainsi à proximité des sites de mesures. La confiance que nous pouvons avoir en l'estimation étant

alors grande en ces points. La carte d'écart types est donc comme on peut le constater un indicateur qualitatif de la qualité de l'estimation. De ce fait même, l'analyse de ces différentes cartes montre clairement que la méthode du KDE, à la différence de celle du krigeage ordinaire (KO), conduit à une meilleure estimation de l'ÉEN sur l'ensemble du bassin versant et notamment dans les zones sous- ou non échantillonnées.

Une comparaison des résultats par le test de validation croisée (Tableau 1) pour l'estimation avec et sans dérive externe montre que la prise en compte des informations indirectes améliore sensiblement la précision des valeurs de l'ÉEN. Les estimations sont d'autant plus précises que la variance de l'erreur standardisée (équation [7]) est proche de 1 (Cressie 1993).

$$[7] \quad \frac{1}{N} \sum_N \left(\frac{Z - Z^*}{\sigma} \right)^2$$

N est la taille de l'échantillon, Z et Z^* représentent respectivement les valeurs de ÉEN observées et estimées, et σ est la variance du krigeage. La technique du KDE indique une valeur de 0,89 contre 0,74 pour celle du KO monovariante,

Fig. 5. Carte des écarts types de krigeage fournie par le krigeage ordinaire monovarié et les sites de mesures de l'équivalent en eau de la neige (ÉEN) en points de la période de mi-mars 1982. La taille des points est proportionnelle à la valeur de l'ÉEN au site.

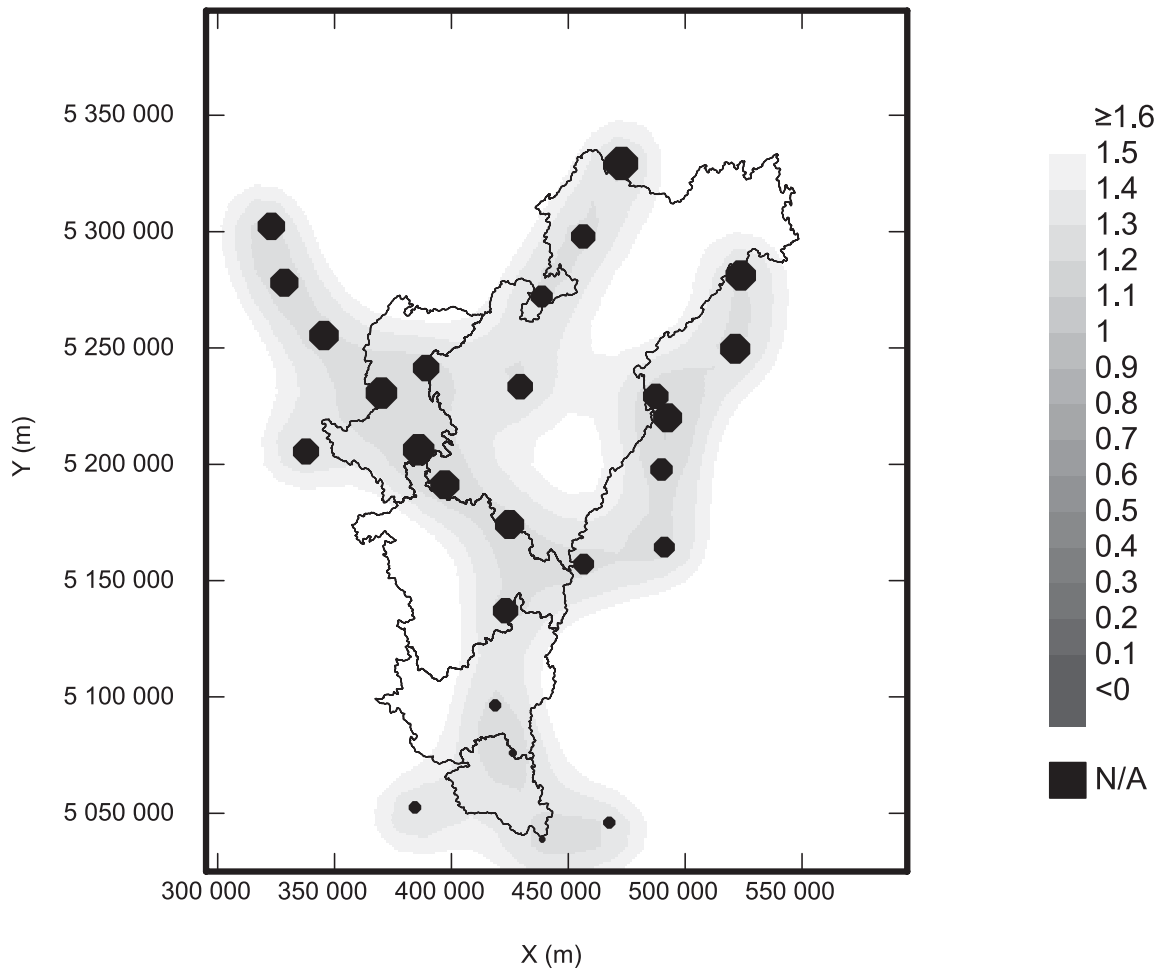


Tableau 1. Résultats du test de validation croisée pour la technique du krigeage avec dérive externe et la méthode du krigeage ordinaire monovarié.

Validation croisée	Krigeage ordinaire monovarié	Krigeage avec dérive externe
Erreur moyenne	0,00026	0,00038
RMEQ	0,01267	0,01206
RMEQ-SDT	0,7445	0,8987

Nota : RMEQ, racine de la moyenne des erreurs quadratiques; SDT, standardisée.

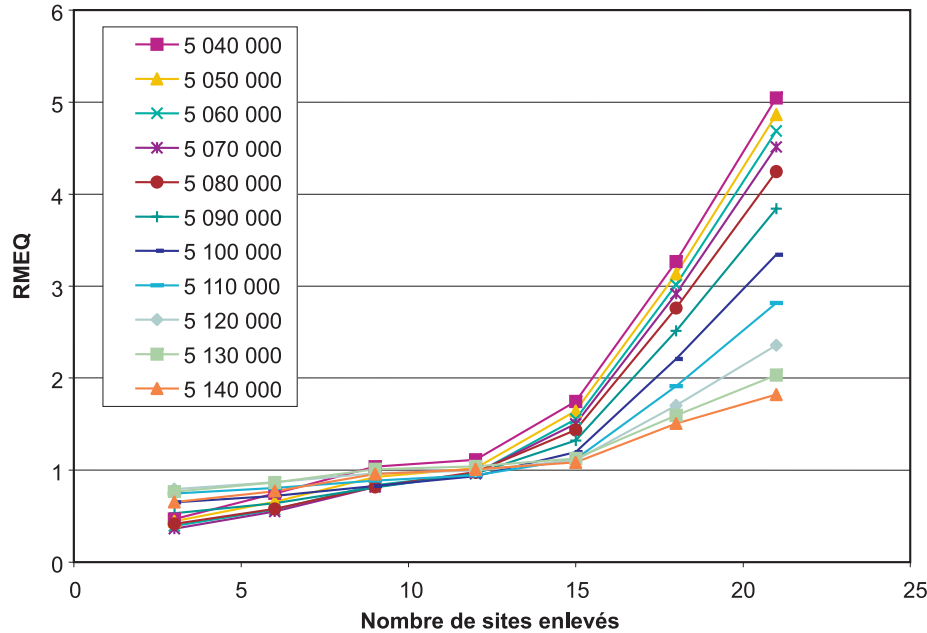
ce qui indique une meilleure performance de la technique du KDE.

Évaluation de la performance de la méthode dans une situation non optimale

La mesure de l'équivalent en eau de la neige, sur la zone d'étude, à la différence des autres variables comme la température, les débits et les précipitations, nécessite le déplacement de personnes sur le terrain. Aussi la superficie des bassins versants, le relief et bien d'autres facteurs encore rendent ces sites difficiles d'accès, surtout en période hiver-

nale. La voie aérienne est très souvent le moyen utilisé pour s'y rendre. Ces campagnes de mesures comme on peut le deviner aisément nécessitent donc des investissements importants tant sur le plan financier que humain. Pour ces différentes raisons, un nombre variable de sites est visité chaque année en fonction des ressources disponibles. Si on part du principe que la mesure de l'ÉEN est fiable et que les ressources sont limitées, peut-on minimiser le nombre des sites de mesures et espérer néanmoins obtenir une estimation acceptable de l'ÉEN sur l'ensemble du bassin versant ? Pour répondre à cette question, il a été utile de construire un baromètre de quantification de l'incertitude des estimations en fonction d'un nombre variable de stations observées. La démarche que nous avons adoptée est la suivante. On retire un nombre n de sites parmi les N sites qui composent un réseau de référence. Pour un nombre n fixé, on réalise un nombre p de tirages aléatoires de stations. Chaque tirage génère donc un réseau résiduel de $l = N - n$ stations ayant une configuration (densité et stations variables) particulière. On applique l'algorithme d'interpolation qui a été validé sur le réseau complet à chacune des p grilles. Chaque grille comporte m nœuds. L'incertitude est évaluée en calculant la racine de la moyenne des erreurs quadratiques (RMEQ) par la formule suivante :

Fig. 6. Erreurs sur les estimations de l'équivalent en eau de la neige (ÉEN) en fonction du nombre de sites enlevés pour quelques noeuds de grilles suivant un transect nord-sud à la longitude moyenne de 430 000 m. La légende indique pour chaque profil l'ordonnée (en mètres) du nœud correspondant sur le transect.



$$[8] \quad \text{RMEQ} = \sqrt{\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (X - x_i)^2}$$

Dans cette équation, x_i est la valeur de l'ÉEN estimée à un nœud donné sur une grille i , et X est la valeur de l'ÉEN au nœud correspondant sur la grille de référence. On considère X comme la cible ou la « vraie » valeur de l'ÉEN au sol. Bien que cette considération ne soit pas tout à fait exacte, elle n'en demeure pas moins réaliste, car X est quand même la meilleure valeur dont on dispose. De plus son estimation est faite à partir du réseau complet de référence.

Cette façon de quantifier la performance de la méthode d'interpolation dans une situation de dégradation du réseau n'est pas entièrement réaliste. Dans la pratique, la dégradation d'un réseau n'est pas aléatoire, en tout cas dans le cas des réseaux nivométriques. La probabilité qu'une station soit conservée ou retirée au cours d'une campagne est plus ou moins grande selon sa localisation et ou selon sa plus ou moins grande accessibilité. En général les stations situées à proximité des routes ou près d'une zone d'intérêt, comme un barrage, ont plus de chance d'être relevées que celles situées en altitude ou qui ne sont accessibles que par voie aérienne. Dans cette étude nous avons supposé cette dégradation aléatoire avec probabilité égale pour chacune des stations de manière à pouvoir générer un échantillon de réseaux dégradés de tailles suffisantes pour autoriser des analyses statistiques acceptables. Dans tous les cas, nous ne disposons pas d'informations pertinentes nous permettant de prendre en compte la plus ou moins grande accessibilité liée à tel ou à tel autre site.

Considérant le réseau de mi-mars 1982 comme réseau de référence, avec $N = 28$, $p = 200$, ont été simulés des réseaux dégradés comportant 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 stations (l), soit respectivement des valeurs de n de 25, 22, 19, 16, 13, 10, 7.

Le choix de la valeur de p est basé sur les résultats de plusieurs essais qui ont indiqué une stabilisation des RMEQ après 200 tirages. Le choix des nombres de sites à enlever n'est pas non plus subjectif mais repose sur les caractéristiques du réseau au cours des 3 dernières années. Pour avoir une idée rapide et synthétique des résultats, les profils des RMEQ en fonction du degré de dégradation du réseau de référence pour quelques nœuds de grilles sont construits selon un transect (fig. 6). Ce transect matérialisé par un trait discontinu sur la figure 2, traverse le bassin du sud au nord en passant à la longitude moyenne 430 000 m. Chaque profil décrit les variations de l'incertitude sur l'estimation pour un nœud de grille donné. Il y a donc 11 nœuds de grille représentés par le transect. Pour un nombre de sites enlevés inférieur à 14, soit 50 % de l'effectif du réseau de référence, les variations de RMEQ sont quasi-linéaires, mais, au delà, elles s'accroissent, ce qui indique une augmentation de la variance des champs.

Conclusion

Les résultats de cette étude montrent que la prise en compte de la topographie du bassin versant permet d'améliorer l'estimation de l'ÉEN. La topographie n'est cependant pas la seule variable qui peut expliquer la variabilité spatiale de l'ÉEN. L'identification et l'intégration dans l'algorithme d'interpolation d'autres variables explicatives fortement corrélées avec l'ÉEN pourraient mieux préciser les estimations. La carte de la variance et la méthode de quantification de la performance de la méthode d'interpolation présentée dans cette note aident à définir la maille de reconnaissance en vue d'une précision fixée, et à mettre en balance les incertitudes sur l'économie d'un projet et le surcoût d'un échantillonnage complémentaire. Cet aspect est d'une très grande utilité pour les gestionnaires.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Charles Mathieu et Marie-Claude Bouchard d'Hydro-Québec Production pour leur contribution à la réalisation de ce travail.

Bibliographie

- Borga, M., et Vizzaccaro, A. 1997. On the interpolation of hydrologic variables: formal equivalence of multiquadratic surface fitting and kriging. *Journal of Hydrology*, **195**(1–4) : 160–171.
- Carroll, S.S., et Cressie, N. 1996. A comparison of geostatistical methodologies used to estimate snow-water equivalent. *Water Resources Bulletin*, **32** : 267–278.
- Carroll, S.S., et Cressie, N. 1997. Spatial modeling of snow-water equivalent using covariances estimated from spatial and geomorphic attributes. *Journal of Hydrology*, **190** : 42–59.
- Carroll, S.S., Carroll T.R., et Poston, R.W. 1999. Spatial modeling and prediction of snow-water equivalent using ground-based, airborne, and satellite snow data. *Journal of Geophysical Research*, **104**(D16) : 19623–19629.
- Chilès, J.-P., et Delfiner, P. 1999. Geostatistics, modeling spatial uncertainty. *Dans* Wiley series on probability and statistics. Wiley, New York. 695 p.
- Cowles, M.K., Zimmerman, D.L., Christ, A., et McGinnis, D.L. 2002. Combining snow water equivalent data from multiple sources to estimate spatio-temporal trends and compare measurement systems. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*, **7**(4) : 536–557.
- Cressie, N. 1993. *Statistics for spatial data*, revised edition. Wiley, N.Y. 900 p.
- Daly, C., Neilson, R.P., et Phillips, D.L. 1994. A statistical-topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terrain. *Journal of Applied Meteorology*, **33**(2) : 140–158.
- Dirks, K.N., Hay, J.E., Stow, C.D., et Harris, D. 1998. High-resolution studies of rainfall on Norfolk Island Part II: interpolation of rainfall data. *Journal of Hydrology*, **208**(3–4) : 187–193.
- Hevesi, J.A., Istok, J.D., et Flint, A.L. 1992a. Precipitation estimation in mountainous terrain using multivariate geostatistics: 1. Structural analysis. *Journal of Applied Meteorology*, **31**(7) : 661–676.
- Hevesi, J.A., Flint, A.L., et Istok, J.D. 1992b. Precipitation estimation in mountainous terrain using multivariate geostatistics: 2. Isohyetal maps. *Journal of Applied Meteorology*, **31**(7) : 677–688.
- Hudson, G., et Wackernagel, H. 1994. Mapping temperature using kriging with external drift: theory and an example from Scotland. *International Journal of Climatology*, **14** : 77–91.
- Isaaks, E.M., et Srivastava, R.M. 1989. *An introduction to applied geostatistics*. Oxford University Press, New York.
- ISATIS 2002. *ISATIS software manual*. 4^e éd. Géovariances et École nationale supérieure des mines de Paris, Fontainebleau.
- Journel, A.G., et Huijbregts, C.J. 1978. *Mining geostatistics*. Academic Press, Londres. 595 p.
- Loijens, H.S. 1972. Snow distribution in an alpine watershed of Rocky Mountains, Canada. *Dans* Distribution of precipitation in mountainous areas. Vol. I. Proceedings of the World Meteorological Organisation Symposium, Geilo. World Meteorological Organisation, WMO No. 326, Genève. p. 175–183.
- Matheron, G. 1963. *Principles of geostatistics*. *Economic Geology*, **58** : 1246–1268.
- National Geophysical Data Center. 1989. *Geophysics of North America: User's guide*. National Oceanic and Atmospheric Administration, US Department of Commerce, Washington, D.C. 85 p.
- Wackernagel, H. 2003. *Multivariate geostatistics. An introduction with applications*, 3^e éd. Springer-Verlag, Berlin. 387 p.
- Wackernagel, H., Bertino, L., Sierra, J.P., and Gonzalez del Rio, J. 2002. Multivariate kriging for interpolating data from different sources. *Dans* Quantitative methods for current environmental issues. *Sous la direction de* C.W. Anderson, V. Barnett, P. Chatwin et A.H. El Shaarawi. Springer-Verlag, Londres.