

Tarification et gestion du revenu en transport aérien

Responsables du projet :

Patrice Marcotte

Professeur titulaire

CRT - Département d'informatique et recherche opérationnelle - Université de Montréal

Gilles Savard

Professeur titulaire

GERAD - Département de Mathématiques et Génie Industriel - École Polytechnique de Montréal

Chercheurs principaux :

Luce Brotcorne**Mohammed Didi Biha**

LAMIH, Université de Valenciennes

École Polytechnique

Description du projet

Problématique

Selon Belobaba [1], " the fare levels to be offered on a flight are in most situations determined by pressures to match competitors' fares in the same city-pair markets". Cette description fait intervenir deux éléments primordiaux dans la gestion du revenu des compagnies aériennes : la tarification et la compétition. Ce sont ces deux volets, ainsi que la gestion de la capacité des appareils, que nous souhaitons intégrer dans un modèle de gestion du revenu utilisant les techniques de la recherche opérationnelle.

De façon traditionnelle, la gestion du revenu ("Yield Management") dans le domaine aérien se décompose en quatre sous-problèmes :

1. Préviation de la demande;
2. Survente ("Overbooking");
3. Allocation des sièges;
4. Tarification.

Un numéro spécial de la revue Transportation Science [13] paru en 1999 confirme l'intérêt croissant pour une approche quantitative à la gestion du revenu. En pratique,

programmation mathématique.

Dès 1982, Glover, Glover, Lorenzo et McMillan [6] proposaient, pour une demande déterministe, une formulation de réseau pour le problème d'allocation des sièges aux itinéraires et aux classes d'usager. En 1988, Dror, Trudeau et Ladany [4], toujours dans un contexte déterministe, intègrent dans le modèle de Glover et al les notions de correspondance et annulation de vol. En 1997, Gallego et van Ryzin [5] proposent de résoudre le problème conjoint d'allocation et de tarification par un modèle de contrôle (contrôle stochastique dans le cas où la demande est aléatoire). Les auteurs supposent que les lois de demande sont connues explicitement et ne tiennent pas compte de la compétition entre les transporteurs.

Notre approche, comme celle des auteurs précités, consiste à résoudre un programme mathématique défini sur un réseau. Contrairement à ces derniers, nous comptons modéliser explicitement le comportement des consommateurs. Ainsi, la demande associée à la ligne aérienne considérée est la résultante du choix rationnel des consommateurs face aux prix et à la qualité de service. Cette approche d'un plus grand réalisme mène à un modèle de programmation mathématique à deux niveaux et constitue une extension naturelle des travaux de Labbé, Marcotte et Savard [8] sur la tarification optimale de réseaux de transport.

Objectifs du projet

L'objectif à long terme de ce projet est le développement d'un système d'aide à la décision pour la gestion optimale de la capacité et de la tarification d'une compagnie aérienne. Les principales étapes du projet seront :

1. Établissement des paramètres du problème
 - Représentation de la concurrence;
 - Description des classes d'usagers;
 - Description des classes de service;
 - Représentation du réseau.
2. Développement d'un modèle intégré comprenant
 - Modèle de la compagnie considérée;
 - Modèle de concurrence entre compagnies aériennes;
 - Modèle de comportement des consommateurs.
3. Développement d'algorithmes de résolution exacts pour les problèmes de faible taille et heuristiques pour des problèmes de taille réaliste.
4. Validation du modèle sur des données réelles correspondant à un petit nombre de

consommateurs) qui optimise son propre objectif. Le meneur doit donc, dans son processus d'optimisation, tenir compte de la réaction du suiveur à ses décisions. La formulation mathématique d'un programme à deux niveaux général est

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & f(x, y) \\ & y \in S(x) \end{aligned}$$

où x est une solution optimale du programme mathématique

$$\min_{x \in X(y)} g(x, y).$$

Les fonctions f et g représentent les objectifs respectifs de la compagnie (revenu) et des consommateurs, le vecteur y représente le choix des tarifs ainsi que le nombre de sièges alloués à chaque classe tarifaire et x la répartition des voyageurs sur les différents vols et classes tarifaires. Dans notre modèle de gestion du revenu, l'objectif du meneur prend la forme

$$f(x, y) = \sum_{od} \sum_k \sum_{f \in AC} y_{kf}^{od} \int_{\alpha} \int_{\beta} x_{kf}^{od}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta.$$

La variable y_{kf}^{od} représente le tarif associé à la classe tarifaire k d'un vol f reliant les villes o et d , et la variable x_{kf}^{od} la variable de flot correspondante. Seuls les vols de la compagnie dont on optimise les opérations sont pris en compte ($f \in AC$). Au second niveau, les consommateurs minimisent la fonction

$$g(x, y) = \sum_{od} \sum_k \sum_f y_{kf}^{od} \int_{\alpha} \int_{\beta} (\text{coût} + (\alpha \times \text{durée}) + (\beta \times \text{qualité})) x_{kf}^{od}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

en tenant compte de l'offre de service (prix et nombre de sièges incluant la compétition).

Les usagers sont répartis en classes caractérisées par un couple de paramètres (α, β) . Un usager de la classe " (α, β) " choisira une compagnie aérienne et un itinéraire minimisant le coût généralisé de transport

$$\text{coût réel} + (\alpha \times \text{durée du trajet}) + (\beta \times \text{qualité du vol}).$$

Les paramètres α et β permettent de traduire " temps " et " qualité " en unités monétaires. Les fonctions $x_{kf}^{od}(\alpha, \beta)$ correspondent à des densités de flot de la classe

Le principal avantage de ce modèle complexe est de permettre une modélisation fine du comportement des consommateurs et de la compétition entre transporteurs aériens. Il se distingue en cela des modèles concurrents. Ce réalisme requiert cependant le développement de nouveaux algorithmes qui tiennent compte simultanément de la nature bi-niveau et multi-critère du problème.

Algorithmes de résolution

Les algorithmes de résolution seront basés sur les travaux entrepris dans [2], [3] et [8] pour la partie "tarification biniveau" et dans [11] pour l'affectation multiclasse. Les principaux développements auront pour objet de

- Généraliser et améliorer l'efficacité de l'algorithme développé en [11];
- Adapter les algorithmes heuristiques développés en [2] et [3] aux réseaux aériens;
- Intégrer les algorithmes précédents en un algorithme cohérent pouvant résoudre efficacement et de façon quasi optimale des problèmes de grande taille.

Les problèmes de grande taille posent un défi important. Dans les cas réalistes que nous désirons étudier, la taille des réseaux peut atteindre plusieurs milliers de nœuds et d'arcs ainsi que plusieurs centaines d'origines et de destinations. Nous prévoyons travailler sur une description du réseau basée sur les chemins plutôt que sur les arcs. Bien qu'exponentiel en théorie, le nombre de chemins considérés en pratique pour chaque couple origine-destination est faible. Ainsi un usager ne considérera que trois ou quatre chemins potentiels pour voyager de Montréal à Paris. En développant des bornes inférieures et supérieures encadrant de façon très serrée la valeur d'une solution optimale, il sera possible de travailler sur un ensemble restreint de chemins tout en assurant l'adéquation presque parfaite entre la formulation " arc " et la formulation restreinte. À moyen terme une approche de décomposition basée sur des méthodes de points intérieurs sera testée sur les problèmes de grande taille.

Cette approche algorithmique opère une fusion entre plusieurs techniques de résolution innovatrices pour la programmation à deux niveaux, la programmation linéaire paramétrique ainsi que la décomposition de modèles de grande taille.

Réseautage et formation de personnel hautement qualifié

Gilles Savard et Patrice Marcotte sont, respectivement, membres du GERAD et du CRT. Ils ont publié, seuls ou ensemble, plusieurs articles portant sur l'optimisation à deux niveaux. Ils dirigent ou co-dirigent présentement près d'une douzaine d'étudiants dont les travaux de quatre d'entre eux (Rachid Kihel et Jean Guérin, École Polytechnique, Jean-Philippe Côté et André Langlois, DIRO, Université de Montréal) portent ou porteront sur un aspect du problème de la gestion du revenu. Luce Brotcorne

Patrice Marcotte est également un expert des méthodes d'équilibre en transport et Gilles Savard possède une connaissance approfondie de la logistique des grandes entreprises et du développement de systèmes d'aide à la décision.

Références

1. Belobaba, P.P., *Airline yield management : An overview of seat inventory control*, *Transportation Science* **21** (1987), 63-73.
2. Brotcorne, L., *Approches opérationnelles et stratégiques des problèmes de trafic routier*, Thèse de doctorat, Université libre de Bruxelles, février 1998.
3. Brotcorne, L., Labbé, M., Marcotte, P., Savard, G., *A bilevel model and algorithm for a freight tariff setting problem*, submitted to *Transportation Science*.
4. Dror, M., Trudeau, P. et Ladany S.P., *Networks models for seat allocation on flights*, *Transportation Science* **22B** (1988), 239-250.
5. Gallego G., et van Ryzin G., *Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons*, *Management Science* **40** (1994), 999-1020.
6. Glover, F., Glover, R., Lorenzo, J. et McMillan C., *The passenger mix problem in the scheduled airlines*, *Interfaces* **12** (1982), 73-79.
7. Hansen, P., Jaumard, B., Savard, G., *New branch-and-bound rules for the linear bilevel programming problem*, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* **13** (1992), 1197-1217.
8. Labbé, M., Marcotte, P., Savard, G., *A Bilevel Model of Taxation and its Application to Optimal Highway Pricing*, *Management Science* **44** (1998) 1595-1607.
9. P. Marcotte, *Network design problem with congestion effects : A case of bilevel programming*, *Mathematical Programming* **34** (1986) 142-162.
10. P. Marcotte and G. Savard *Bilevel Programming : Formulation, Bilevel Programming : Applications, Bilevel Programming : Algorithms*, À paraître dans *The Encyclopedia of Optimization*, Floudas and Pardalos, eds.
11. P. Marcotte, S. Nguyen et K. Tanguay, *Implementation of an efficient algorithm for the multiclass traffic assignment problem*, *Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Lyon, 24-26 juillet 1996, Jean-