

over several decades has been linked to changes in the large-scale hydrological cycle such as: increasing atmospheric water vapour content; changing precipitation patterns, intensity, and extremes; reduced snow cover and widespread melting of ice; and changes in soil moisture and runoff." A session of the workshop will be devoted to statistical methods for climate change in hydrology.

The second workshop will take place on April 18–22, 2011, and is entitled *Computational Statistical Methods for Genomics and Systems Biology* (CSMGSB). Its organizers and scientific committee members are: Sandrine Dudoit (California at Berkeley), Raphael Gottardo (IRCM), Jinko Graham (Simon Fraser), Aurélie Labbe (McGill), and Francis Larribe (UQÀM). In this workshop, statisticians and genomics researchers will gather to discuss pressing issues in the analysis of biological data. Potential areas of focus include:

- computation and inference for genomewide association studies,
- statistical methods for tiling arrays,
- inference for regulatory and metabolic networks, and
- 4D imaging of live systems.

This workshop will demonstrate the relevance of CRM activities to the Canadian scientific community and illustrate the importance of computational statistical methods in a field that is very important in practice.

The third workshop will take place at Université Laval on May 2–4, 2011, and is entitled *Statistical issues in Forest Management*. Its organizers and scientific committee members are: Pierre Bernier (Canadian Forest Service, Natural Resources Canada), Valerie Lemay (UBC), Eliot McIntire (Laval), Ron McRoberts (USDA Forest Service), Jean Opsomer (Colorado State), Frédéric Raulier (Laval), Louis-Paul Rivest (Laval), Erkki O. Tomppo (Finnish Forest Research Institute), and Chhun-Huor Ung (Canadian Forest Service, Natural Resources Canada).

The topic of this workshop falls within the scope of *supply chain optimization* (from forest harvesting to marketable products), a research area being addressed by a publicly-funded Canadian research network. The task at hand is to implement a new model of supply chain relying on improvements in the generation and sharing of information among partners, and integration of such information in day-to-day operations (for improving both efficiency and environmental performance). There is a discrepancy, however, between the error embedded in the forest information and the cost resulting from this error when it affects decision making along the supply chain. One of the main scientific challenges facing the scientific community is therefore to bridge this gap by quantifying and reducing uncertainty in forest information systems; this must be done in conjunction with an appropriate cost-benefit analysis for supply chain optimization. The workshop will focus on statistical issues related to the generation and processing of information within the forest management system, at all stages of the supply chain (from forest inventory to timber supply analysis),

including the consequences of this processing for forest management decisions and the value of wood products. A special emphasis will be given to the quantification and management of uncertainty throughout the process, and to the value of uncertainty as information in decision making.

Forest Inventory is the first theme of the workshop. The accurate estimation of forest resources over large geographic areas is an important statistical problem. It is based on a survey that typically involves two phases of sampling. In the first phase, aerial photography has been the traditional method of data collection. Nowadays, remote sensing techniques based on the LIDAR (Light Detection and Ranging) laser technology or on multispectral imaging from aircraft-mounted or satellite-borne sensors are available to collect the first phase data, giving rough forest measurements. Such measurements can be combined with geophysical variables through a Geographical Information System (GIS). The second phase typically involves field visits of a small number of field plots in order to collect data on several variables, including basal area and volume for all tree species found in the sampled plot. The objective of the first theme is to present and study the statistical techniques for combining the data from the two survey phases, taking into account the new technologies for the first phase of data collection. The techniques to be investigated include model-based and design-based estimation procedures, non-parametric models and smoothing methods, spatial modelling and nearest neighbour imputation, and post-stratification.

The second theme of the workshop is *Decision Making in Forest Management*. All forest management decisions, from the determination of harvest levels to the scheduling of harvest and the timing of supply to market-driven processing facilities, are based in whole or in part on forest-based information. Uncertainty in this information is seldom quantified and used as information per se, but generates inefficiencies in the supply chain. Significant gains in efficiency are therefore possible through the wise use of uncertainty information. The objective of the second theme is to explore new approaches for addressing the generation and use of information and the consequences of its uncertainty for decision making. These approaches may include Bayesian decision theory, as well as cost-plus-loss analysis, in which for example the expected losses due to suboptimal decisions caused by inaccurate data are added to the total costs of the forest inventory. Also of importance is the issue of timeliness of information, or the degradation of information usefulness over time (since the management of the forest supply chain must take into account increasingly volatile global markets).

The fourth workshop will be held on May 9–13, 2011, and is entitled *Causal Inference in Health Research*. Its organizers and scientific committee members are: Jennifer Hill (New York), Jay S. Kaufman (McGill), Lawrence McCandless (Simon Fraser), Erica E. M. Moodie (McGill), Robert Platt (McGill), and Bryan E. Shepherd (Vanderbilt). In this workshop, experts

(continued on page 17)

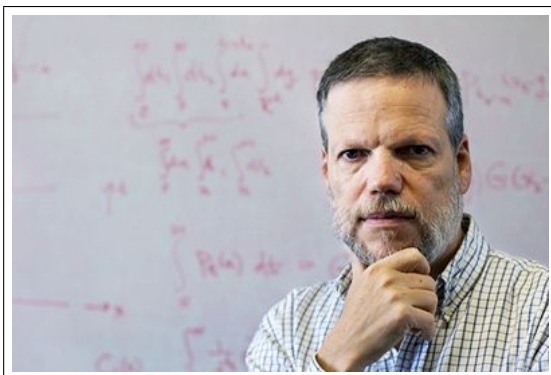
2010 CRM – Fields – PIMS Prize

Gordon Slade (University of British Columbia)

by David Brydges (University of British Columbia)

Gordon Slade is the recipient of the 2010 CRM – Fields – PIMS Prize. The award recognizes his outstanding work in rigorous statistical mechanics and probability. He is renowned for developing a technique known as the lace expansion into a systematic calculus, which he has applied to diverse and famous problems including self-avoiding walk, percolation, branched polymers, random graphs, and numerical techniques for the exact enumeration of self-avoiding walks. His results address the most difficult problems in central areas of probability and statistical physics. These questions are motivated by physical problems that are easy to state and notoriously difficult to solve. The use of the lace expansion to establish mean field behaviour for self-avoiding walk and critical percolation above the critical dimension is one of the major developments in probability in the last 15 years.

Gordon Slade received his undergraduate degree from the University of Toronto in 1977 and completed his Ph.D. with Lon Rosen and Joel Feldman at the University of British Columbia in 1984. He was Lecturer at the University of Virginia from 1985 to 1986. In 1986 he joined the faculty of McMaster University and since 1999 he has been Professor of Mathematics at the University of British Columbia. Gordon Slade has been a leader in Canadian mathematics, having been an organizer of a thematic year at the Fields Institute (in 1998–1999) and of a joint CRM–PIMS program (in 2008–2009). He has served on scientific panels of the Fields and Pacific Institutes and is currently a member of the Editorial Board of the Canadian Journal of Mathematics. His stature as one of the world’s leading probabilists and mathematical physicists was underlined by his 1994 invitation to the International Congress of Mathematicians and his 2004 invitation to lecture at the prestigious Saint-Flour Summer School.



To understand the wide ranging influence of the work of Gordon Slade, our 2010 CRM – Fields – PIMS prize winner, I think it good to begin with some of the background to his interests in self-avoiding walk, even though self-avoiding walk is but one of the many themes in his research.

Gordon arrived at the University of Virginia in 1985 as a post-doctoral student. I was on their faculty at the time and had been collaborating with Tom Spencer on the “end-to-end distance” problem for self-avoiding walk. This problem is very easy to state: consider walks with n nearest neighbour steps, starting from the origin, in a simple cubic lattice \mathbb{Z}^d . Impose the constraint that the walks do not self-intersect, in other words, that they are self-avoiding. Make the set of all such self-avoiding n -step walks into a probability space by giving

them all equal probability. How does the expected end-to-end distance grow as a function of n ? This type of question arose in statistical mechanics, for example in modelling long-chain molecules. It is astonishing what we still cannot *prove*. For example, in three dimensions (i.e., when $d = 3$ holds), there is no proof that the expected end-to-end distance grows more rapidly than $n^{1/3+\epsilon}$ or less rapidly than $n^{1-\epsilon}$, corresponding respectively to essentially filling a ball or essentially going in a straight line. Of course simulations tell us that neither of these unlikely scenarios is realized.

The growth of the end-to-end distance as a function of n depends on the dimension and the easiest case is five or more dimensions. Tom Spencer and I wanted to prove that in five or

more dimensions the end-to-end distance grows as the square-root of the number of steps in the walk, as does simple random walk, but we had only been able to handle an easier problem called “weakly repelling walk.” Here, walks that self-intersect are allowed, but the probability of a walk that self-intersects is reduced by a weight that is exponentially small in the number of self-intersections. Initially we had been very excited by our progress, but by the time Gor-

don arrived, we felt that our method had pretty much run its course. However, it looked feasible to prove the square root law for self-avoiding walk in dimensions much larger than 5. In much the same way as one gives the old family car to the new driver, I handed this over to Gordon, and went on to other things. But, in his hands, the old car ultimately morphed into a fleet of Ferraris. Together with powerful colleagues, attracted into the subject by the quality of his work and great talents for clear exposition, he has founded a calculus that applies to an astonishing array of truly difficult frontier problems in statistical mechanics, in probability, and in combinatorics. Here are some of the highlights.

In 1989 Gordon Slade and Takashi Hara realized how to exploit a structure analogous to self-avoiding walk that appears in percolation theory. The technique that works for self-avoiding walk is called the “lace expansion.” It is a very non-trivial task to realize the analogy; it begins with a reorganization of the lace expansion as an inclusion/exclusion argument, whereupon it can be combined with the van den Berg–Kesten inequality. With this new method, they proved the triangle inequality conjectured by Aizenman and Newman, and thereby filled in a big missing piece of the theory of percolation in high dimensions. In this line, in 2000, Hara and Slade studied the scaling limit of

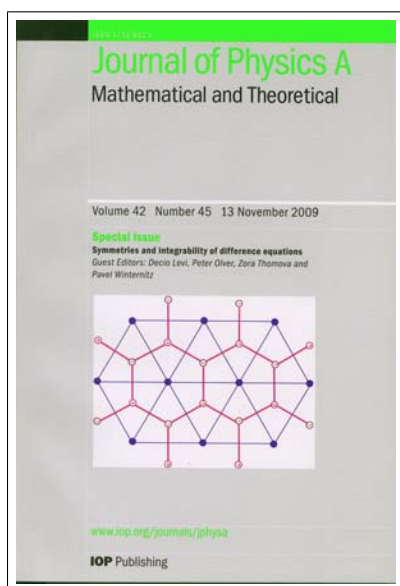
(continued on page 9)

Special Issue of the Journal of Physics A, Volume 42, Number 45, November 2009

Symmetries and Integrability of Difference Equations

In June 2008, Pavel Winternitz (Université de Montréal), Decio Levi (Università di Roma Tre), and Peter J. Olver (University of Minnesota) organized the SIDE 8 (Symmetries and Integrability of Difference Equations) Conference in Sainte-Adèle, Québec. The Conference was organized with the financial and logistical support of the CRM. Actually, the first SIDE Conference took place in Québec and was organized by Decio Levi, Pavel Winternitz, and Luc Vinet (Université de Montréal). After the success of this first meeting, the scientific community decided to hold bi-annual SIDE meetings. They were held at the University of Kent (1996), Sabaudia, Italy (1998), the University of Tokyo (2000), Giens, France (2002), Helsinki (2004), and the University of Melbourne (2006). A few months ago the proceedings of SIDE 8 were published as a special issue of the prestigious *Journal of Physics A*, devoted to the mathematical and theoretical aspects of physics.

The SIDE 8 meeting was organized around several topics and the contributions to the special issue of the *Journal of Physics A* reflect the diversity of the topics addressed during the meeting: geometry of discrete and continuous Painlevé equations; continuous symmetries of discrete equations; algebraic aspects of discrete equations; singularity confinement, algebraic entropy and Nevanlinna theory; discrete differential geometry; discrete integrable systems and isomonodromy transformations; special functions as solutions of difference and q -difference equations. The guest editors of the special issue were Decio Levi, Peter Olver, Zora Thomova (SUNY Institute of Technology), and Pavel Winternitz. The reader will find below the contents of the special issue.



Contents: *Darboux transformations for linear operators on two-dimensional regular lattices*, Adam Doliwa and Maciej Nieszporski; *How to detect the integrability of discrete systems*, B. Grammaticos, R. G. Halburd, A. Ramani, and C.-M. Viallet; *Discrete integrable systems and deformations of associative algebras*, B. G. Konopelchenko; *q -Extension of Mehta's eigenvectors of the finite Fourier transform for q , a root of unity*, Mesuma K. Atakishiyeva, Natig M. Atakishiyev, and

Tom H. Koornwinder; *Linear quadrilateral lattice equations and multidimensional consistency*, James Atkinson; *Cubic string*

boundary value problems and Cauchy biorthogonal polynomials, M. Bertola, M. Gekhtman, and J. Szmigielski; *First integrals of difference Hamiltonian equations*, Vladimir Dorodnitsyn and Roman Kozlov; *Factorizations of rational matrix functions with application to discrete isomonodromic transformations and difference Painlevé equations*, Anton Dzhamay; *Investigating the integrability of the Lyness mappings*, B. Grammaticos, A. Ramani, and T. Tamizhmani; *The Karlin–McGregor formula for a variant of a discrete version of Walsh's spider*, F. Alberto Grünbaum; *Multiscale reduction of discrete nonlinear Schrödinger equations*, D. Levi, M. Petrera, and C. Scimiterna; *The generalized symmetry method for discrete equations*, D. Levi and R. I. Yamilov; *Lagrangian multiforms and multidimensional consistency*, Sarah Lobb and Frank Nijhoff; *The best constant of discrete Sobolev inequality*, Atsushi Nagai, Yoshinori Kametaka, and Kohtaro Watanabe; *The Wigner function of the relativistic finite-difference oscillator in an external field*, S. M. Nagiyev, G. H. Guliyeva, and E. I. Jafarov; *Invariant difference schemes and their application to invariant ordinary differential equations*, R. Rebelo and P. Winternitz; *Third order difference equations with two rational integrals*, R. Sahadevan and C. Uma Maheswari; *Multiscale reduction of discrete Korteweg–de Vries equations*, C. Scimiterna; *Semi-classical Laguerre polynomials and a third-order discrete integrable equation*, Paul E. Spicer and Frank W. Nijhoff; *Symmetries of differential–difference dynamical systems in a two-dimensional lattice*, Isabelle Ste-Marie and Sébastien Tremblay; *On some class of reductions for the Itoh–Narita–Bogoyavlenskii lattice*, A. K. Svinin; *Negative semi-discrete KP and BKP hierarchies via nonlocal symmetries*, Kai Tian and Xing-Biao Hu; *Hyperdeterminants as integrable discrete systems*, Sergey P. Tsarev and Thomas Wolf; *Elliptic solutions of the restricted Toda chain, Lamé polynomials and generalization of the elliptic Stieltjes polynomials*, Luc Vinet and Alexei Zhedanov; *Symmetries and integrability of discrete equations defined on a black–white lattice*, P. D. Xenitidis and V. G. Papageorgiou; *A new extended discrete KP hierarchy and a generalized dressing method*, Yuqin Yao, Xiaojun Liu, and Yunbo Zeng.

Le CRM remercie le CRSNG pour l'octroi d'une subvention d'appareillage de 38 941 \$ pour l'année 2010-2011 (programme « Outils et instruments de recherche »). Cette subvention permettra au CRM de mettre à jour les commutateurs de réseaux du CRM et de se procurer cinq stations de travail de haute performance (dont une pour la manipulation de graphiques 3D).

CRM thanks NSERC for its equipment grant of \$38,941 for 2010–2011 (Research Tools and Instruments Program). This funding will enable CRM to upgrade its network switches and add five high performance workstations (including one for 3D graphic manipulation and display).

The 2010 André-Aisenstadt Prize

Omer Angel (University of British Columbia)

The 2010 André-Aisenstadt Prize was awarded to Omer Angel of the University of British Columbia. Dr. Angel won a gold medal in the 1993 International Mathematical Olympiad, and went on to obtain his Ph.D. from the Weizmann Institute in 2003 under the supervision of Itai Benjamini and Oded Schramm. After postdoctoral experiences at the Université Paris-Sud and UBC, and a faculty position at the University of Toronto, he joined the staff at the University of British Columbia in 2008. He works in probability theory, on percolation, random walks, and random spatial processes of all sorts, with applications to other areas of mathematics, physics, and even biology.

My research is in probability theory, focusing on discrete probability and on scaling limits. I work on a variety of problems, coming from theory and from other fields, including combinatorics and graph theory, computer science, group theory, and number theory. I shall elaborate below on a few lines of research.

Sorting networks and Young tableaux

A *sorting network* is a sequence of adjacent transpositions (i.e., transpositions of the form $(j, j + 1)$) that moves from the identity permutation in the symmetric group S_n to the reverse identity $(n, \dots, 1) = (n, \dots, 2, 1)$ and has the shortest possible length (i.e., $N := \binom{n}{2}$). Sorting networks originate in computer science, since they describe wiring schemes that are capable of sorting any input list. Another definition is that a sorting network is a minimal representation of $(n, \dots, 1)$ as a product of adjacent transpositions. Equivalently, it is a geodesic path from $(1, \dots, n)$ to $(n, \dots, 1)$ in the corresponding Cayley graph of S_n .

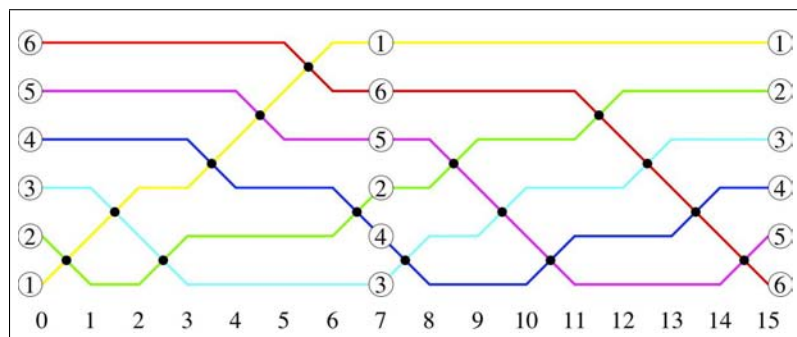


FIGURE 1. Trajectories in the 6-element sorting network $(1, 2, 1, \dots, 3, 2, 1)$. One trajectory is highlighted.

Stanley [9] found a formula for the number of sorting networks of size n . Edelman and Greene [5] found a bijective proof, by constructing a mapping between sorting networks and staircase shaped Young tableaux (of shape $(n - 1, \dots, 1)$). This paved the way to computer simulations of larger sorting networks, which led to a number of striking conjectures, many of which are still open.

The trajectory of a number is its location as a function of time. Rescaling time by $\binom{n}{2}$ and the positions by n yields a function from $[0, 1]$ to $[0, 1]$, starting at some x and ending at $1 - x$. As



$n \rightarrow \infty$, these functions appear to be smooth curves, as can be seen in Figure 2. Specifically, the rescaled trajectory of particle k_n with $k_n/n \rightarrow x$ appears to converge in distribution to a sine curve with period 2 and random amplitude. It is not even evident that the trajectories are uniformly continuous as $n \rightarrow \infty$. However, by exploiting the Edelman – Green bijection, we were able to show [4] that the trajectories are uniformly Hölder- $\frac{1}{2}$ continuous, and therefore so are the limiting trajectories.

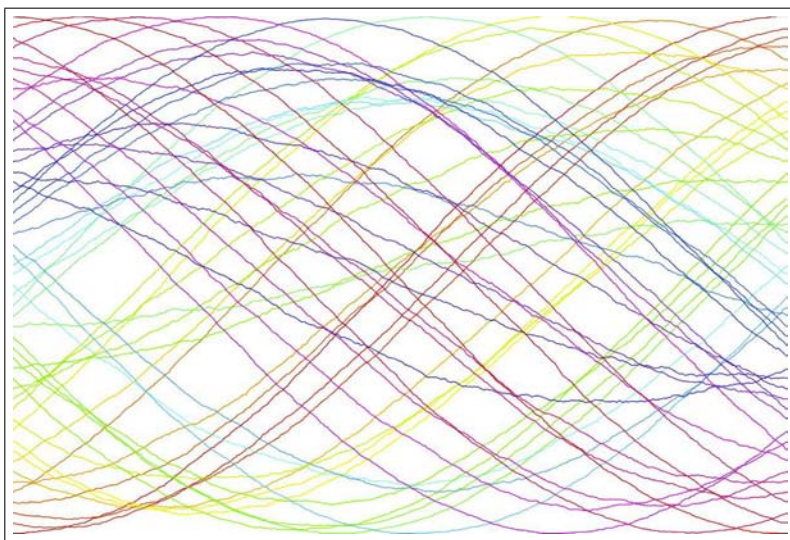


FIGURE 2. Selected trajectories in a uniformly chosen 2000-element sorting network

Another intriguing aspect is the mid-way permutation. Consider the set of points (i, σ_i) , where σ is the permutation reached halfway through a uniform sorting network. It turns out that σ is quite different from a uniform permutation of size n . The set of points appears to be supported inside a disc circumscribed within the square $[1, n]^2$, and it appears that their density is higher near the boundary of the disc. There is no clear reason why this picture should have any rotational symmetry. Here too, we have a partial result. We showed that for large n , with high probability there are no points in cer-

tain regions near the corners, so that σ is contained in a certain hexagon.

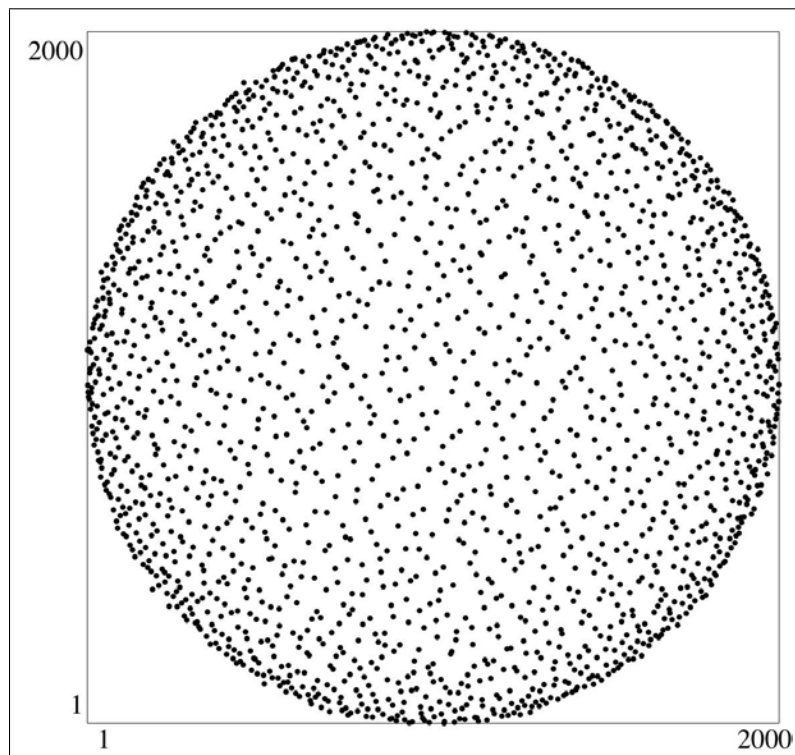


FIGURE 3. The half-time permutation σ for a uniformly chosen 2000-element sorting network

Embed a permutation $\sigma \in S_n$ by treating σ^{-1} as a point in \mathbb{R}^n . It turns out that all permutations lie on some $(n - 2)$ -dimensional sphere, of radius $O(n^{3/2})$ (determined by the sums of the coordinates and of their squares). The permutations $(1, \dots, n)$ and $(n, \dots, 1)$ are antipodal points on this sphere, and an adjacent transposition corresponds to permutations at minimal distance $\sqrt{2}$. Note that S_n does leave large parts of this sphere empty, for example the parts where any coordinate is outside the interval $[1, n]$.

Simulations suggest that a random sorting network approximates a great circle on this sphere (in the sense that with high probability there is some great circle such that the permutations visited by the network are uniformly close to it). This conjecture appears more difficult than the others, and we can show that it implies the other conjectures stated above.

Pick n independent points in the sphere S^2 and project them onto \mathbb{R}^2 . Label them 1 to n from left to right. Rotate the plane continuously, and consider the left to right order of the points. Over half a turn, the order changes from $(1, \dots, n)$ to $(n, \dots, 1)$, and describes a sorting network. While not all networks can even appear in this way, the great circle conjecture implies that a uniform sorting network can be approximated by one generated in this way (i.e., there is a coupling of the two so that the trajectories are uniformly close.)

Exclusion processes

The exclusion process has particles occupying some sites of \mathbb{Z} . Particles attempt to perform random walks (in continuous

time), except that a jump to an occupied site is prevented. At any time, the system is in a state belonging to $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}}$. This model is studied for several reasons. First, it is a natural model for the movement of physical particles. It is also a model of interacting random walks (RW), and while random walks are relatively well understood, interacting RW's are much harder to analyze.

The simplest exclusion process is the *totally asymmetric simple exclusion process* (TASEP), where jumps are always of one step to the right. A generalization is the ASEP, where particles can jump one step in either direction, but with some fixed bias. An important extension is the multi-type exclusion, where each particle has an associated number (called class). If a lower-class particle attempts a jump to a site occupied by a higher-class particle, the two swap places. Other jumps to occupied sites are suppressed. Multi-class systems arise naturally when exclusion processes are coupled, and have a fascinating theory of their own. When every site is occupied by a particle of some class, the TASEP takes the following form: for any couple of positions $(n, n + 1)$, at rate 1 the two particles are sorted with the lower-class one on the right.

Consider the TASEP started with the identity initial condition $Y_0(n) = n$. Let Y_t be the configuration at time t , which is some permutation of \mathbb{Z} . Let $X_t = Y_t^{-1}$ be the inverse permutation. It turns out [3] that for any fixed t , X_t and Y_t have the same law.

A result by Mountford and Guiol [8] is that each particle has some asymptotic speed $U_n = \lim_{t \rightarrow \infty} (X_t(n) - n)/t$, and that U_n is uniform on $[-1, 1]$. The speed is approximately determined by the initial swaps in which a particle participates. In [1] we investigated the joint distribution of these speeds. Standard arguments show that there is a unique stationary distribution for the multi-class TASEP, where the particle in each position has a class uniform distribution in $[-1, 1]$. With Amir and Valkó we proved that the joint distribution of the speeds $\{U_n\}$ is equal to this stationary distribution.

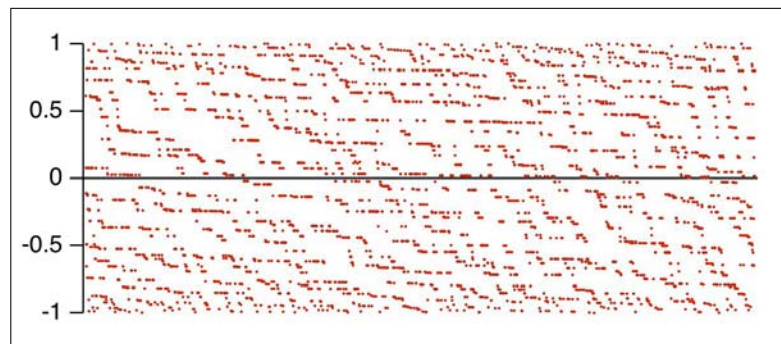


FIGURE 4. Particle speeds in TASEP

Combining this with the descriptions of stationary distributions for TASEP developed in [2, 6, 7], we were able to derive various marginals of the joint distribution of speeds. One remarkable property of this distribution is the existence of “convoys.” This refers to infinite sets of particles that have equal asymptotic speed. The convoys form a partition of the integers

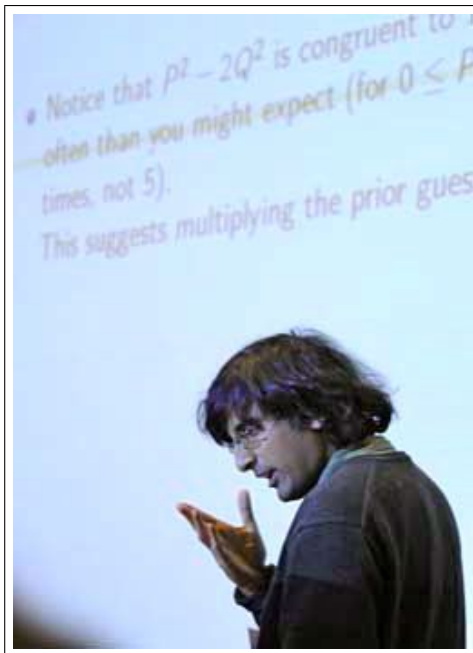
(continued on page 9)

Aisenstadt Chair

Akshay Venkatesh (Stanford University)

by Henri Darmon (McGill University), Eyal Goren (McGill University), and Andrew Granville (Université de Montréal)

The Aisenstadt Chair for the thematic semester *Number Theory as Experimental and Applied Science* was Akshay Venkatesh from Stanford University. Akshay Venkatesh is a leading expert in the fields of automorphic forms and representation theory, with emphasis on the enumeration of arithmetic objects counted by rational points on algebraic varieties, the analytic theory of automorphic forms with an interest in quantum chaos and geodesic flows, L -functions, and applications to spectral theory and equidistribution. Venkatesh held a Clay Research Fellowship from 2004 to 2006, and was an associate professor at the Courant Institute at New York University. He is now a professor at Stanford University. He was awarded the Salem Prize and the Packard Fellowship in 2007, and the 2008 SASTRA Ramanujan Prize.



Venkatesh gave three beautiful lectures at the CRM, during the workshop *Computer Methods for L-functions and Automorphic Forms*, which was held on March 22–26, 2010.

Venkatesh's first lecture *Playing with numbers: some glimpses of experimental number theory* was designed to lead a general audience of mathematicians through a few beautiful examples in which simple but well-designed calculations allow one deep insight into fundamental problems. Venkatesh began by considering the infamous Pell equation, finding, for a given integer d , integer solutions a, b to $a^2 - db^2 = 1$. Venkatesh showed how to guess the size of the smallest solution: As a first guess, one might consider the region $|y^2 - dx^2| \leq 1$ with $X < x \leq 2X$, since the only integer pairs (b, a) in this region satisfy $a^2 - db^2 = 1$ or -1 . As the number of integer pairs (b, a) in convex regions of the complex plane is well approximated by the area of the region, we might expect that the smallest non-trivial solution occurs for the smallest X such that the area of the region is > 1 . A few numerical experiments persuade you that this is not a bad guess, but that it is often a bit out. One then observes that perhaps size is not the only important feature when looking for solutions. For instance, the proportion of pairs of integers a, b for which $a^2 - 2b^2 = 1 \pmod{5}$ is not $\frac{1}{5}$ as one might guess from assuming that a and b would be randomly distributed modulo 5, but rather the actual proportion is $6/25$. We can correct for this by letting N_p be the number of pairs of integers a, b for which $a^2 - db^2 = 1 \pmod{p}$, and so multiplying the area through by $\prod_p N_p/p$. Amazingly this now yields a prediction for the size of the smallest solution that is correct for all small d .

Venkatesh then went on to tell us how this heuristic generalizes to an extraordinary extent. Most important was the work carried out by Bryan Birch and Peter Swinnerton-Dyer in 1962 — making the analogous heuristic for homogenous cubic equations in three variables, they were able to make a prediction for when a given such equation will have infinitely many integer solutions. These calculations were what provoked them to make what is now known as the *Birch–Swinnerton-Dyer conjecture*, one of the six unsolved Clay Millennium problems.

Venkatesh talked further about the unpredictability of cubic equations. For example, determining which integers are the sum of three cubes is a problem for which we have few good methods. Even calculations can

be misleading — it was only recently that computations found that 30 was the sum of three cubes, the first solution involving integers that are nine digits long, which leads one through an enormous search space. It had previously been believed that there were perhaps no solutions — much can go wrong from conjecturing without enough data.

Venkatesh finished up by telling us about some exciting calculations by Ronald Van Luijk which seem to suggest that the above heuristic gives the wrong answer for certain quartic equations of the form $ax^4 + by^4 + cz^4 + dw^4 = 0$; people have little idea why.

Venkatesh's lecture was broadly accessible, which was highlighted by the fact that there were many lively mathematical discussions at the reception afterwards.

Venkatesh's second lecture was concerned with the torsion in cohomology of arithmetic groups, a topic that is still poorly understood but has generated a great deal of interest because of its tantalizing connections (many of which are still conjectural, and quite deep) to the arithmetic of finite extensions of the rational numbers, and so-called *Galois representations*.

One of the central themes in modern number theory is the study of representations of the absolute Galois group $G_{\mathbb{Q}} := \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ of the rationals (or of other number fields) with values in an arithmetic group G , taken over a finite field, or possibly an l -adic field. In the case of a finite field F , such representations correspond to finite extensions L of \mathbb{Q} equipped with an inclusion $\text{Gal}(L/\mathbb{Q}) \hookrightarrow G(F)$, where $G(F)$ denotes the set of points of G over F . In the case of l -adic fields, they typically

arise “in nature” from the l -adic étale cohomology of varieties over \mathbb{Q} .

A far-reaching web of conjectures relates Galois representations of both types to modular forms. The non-abelian case that has been the most studied so far, and is by now reasonably well understood, arises when $G = \mathrm{GL}_2$ is the group of invertible 2×2 matrices. For example, Serre conjectured around 1985 that any *odd* representation of $G_{\mathbb{Q}}$ with values in $\mathrm{GL}_2(\mathbb{F})$, where \mathbb{F} is a finite field of characteristic p , corresponds to a “modular form mod p .” The oddness condition, which is crucial in these conjectures, amounts to the statement that the image of complex conjugation in $\mathrm{GL}_2(\mathbb{F})$ admits both 1 and -1 as eigenvalues, so that in particular the finite Galois extension that corresponds to the representation admits no embeddings into the real numbers.

The modular forms mod p that arise in the Serre conjecture can be defined in various ways; most germane to Venkatesh’s lecture, they can be viewed as cohomology classes in $H^1(\Gamma, \mathbb{F})$, where $\Gamma \subset \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ is a suitable congruence subgroup, which are simultaneous eigenvectors for a natural commuting family of operators acting on $H^1(\Gamma, \mathbb{F})$, known as *Hecke operators*. The Serre conjecture was proved recently by Khare and Wintenberger, building on the powerful techniques developed by Wiles, Taylor, and many others that led a decade earlier to the proof of Fermat’s Last Theorem. Since the cohomology groups $H^1(\Gamma, \mathbb{F})$ are concrete objects which are eminently computable and about which much can be said, Serre’s now-proved conjectures provide us with a detailed map of the landscape of odd two-dimensional Galois representations of $G_{\mathbb{Q}}$. This hard-won understanding is unarguably one of the major triumphs of the number theory of the past two decades.

In spite of this breakthrough, many mysteries remain. For instance, one lacks a complete picture for the case of *even* two-dimensional representations of $G_{\mathbb{Q}}$, which correspond to subfields of the real numbers. Conjecturally, these representations should be related to certain kinds of non-holomorphic modular forms called *Maass wave forms*, but the expected connection is far less well understood than in the case of odd representations.

Venkatesh’s lecture started with the simple observation that one might acquire some insights into even representations by restricting them to the absolute Galois group of an imaginary quadratic field K , where complex conjugation is not present and the distinction between odd and even representations disappears. Two-dimensional representations of G_K are expected to correspond to classes in the cohomology of arithmetic subgroups of $\mathrm{SL}_2(\mathcal{O}_K)$, where \mathcal{O}_K is the ring of integers of K . The groups Γ that arise in this way are called *Bianchi groups* and they act discretely and with finite covolume on the hyperbolic three-space $\mathbb{C} \times \mathbb{R}^{>0}$. Unlike the cohomology of arithmetic subgroups of $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ which contain very little torsion and are frequently torsion-free, it appears that Bianchi groups have a large amount of torsion in their cohomology and that torsion phe-

nomena may even account for the bulk of the Galois representations of G_K that arise.

Venkatesh gave substance and precision to this vague expectation by describing a striking recent result (joint with Nicolas Bergeron) which asserts that the size of the torsion subgroup of $H^1(\Gamma, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$ grows *exponentially* with the index of Γ in $\mathrm{SL}_2(\mathcal{O}_K)$. This startling result applies in fact to a much broader setting, where G is allowed to belong to a fairly large class of algebraic groups.

In another direction, Venkatesh discussed a tantalizing result, joint with Frank Calegari, relating the torsion in $H^1(\Gamma)$ and $H^1(\Gamma')$ when Γ is a Bianchi group and Γ' is a related subgroup of the elements of norm one in the maximal order of a suitable quaternion algebra over K . This kind of relationship gives evidence for an analogue of the well-known Jacquet–Langlands correspondence between automorphic forms on GL_2 and twisted forms of this group coming the multiplicative groups of quaternion algebras. Both cohomology groups that arise are modules over the Hecke algebra and it is natural to expect (by analogy with the classical Jacquet–Langlands correspondence) that the spectra of the Hecke operators on both sides should match up, but, intriguingly, such a result appears to lie outside the scope of the methods that Calegari and Venkatesh use to establish their result.

Venkatesh devoted his third talk to *Statistics of Galois Groups*. Let G be a finite group. The main question posed is how many number fields K/\mathbb{Q} of degree d , whose Galois closure over \mathbb{Q} has Galois group isomorphic to G , are there?

For example, fix $d > 2$ and a square free integer Q , and let $N(Q)$ be the number of totally real number fields K/\mathbb{Q} of degree d and discriminant Q . Let $r(x)$ be the number of permissible $Q \in [0, x)$. A conjecture of Bhargava states that $\sum_{Q < x} N(Q)/r(x) \rightarrow 1/d!$. This is known for $d = 3$ by Davenport–Heilbronn, and for $d = 4, 5$, Bhargava proved a closely related statement. In fact, one conjectures an asymptotics of $ax - bx^{5/6} + O(x^{1/2+\epsilon})$ for $\sum_{Q < x} N(Q)$.

More in line with the original question, consider the case where G is a dihedral group, $G = A \rtimes \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, where A is an abelian group of odd cardinality and the action is by $a \mapsto -a$. Then, conjectures analogous to the above are related to the Cohen–Lenstra heuristics. Consider the case of $G = A_d$, the alternating group. Here we count totally real number fields K of degree d over \mathbb{Q} whose Galois closure over \mathbb{Q} has Galois group isomorphic to A_d and whose discriminant satisfies $(\mathrm{disc} K) = \prod p_i^2$. Furthermore, we assume that the ramification is always tame and we are in one of the following cases: (i) the image of inertia at p , viewed in A_d , is either trivial or a 3-cycle; (ii) the image of inertia, viewed in A_d , is a permutation with cycle decomposition $(2, 2)$. Venkatesh speculated that there are twice as many number fields of type (i) as of type (ii). He further explained that such phenomena are expected whenever $H_2(G, \mathbb{Z})$ is not trivial.

To motivate such conjectures, Venkatesh discussed a geometric analogue. Number fields K of degree d over \mathbb{Q} and square-free discriminant are similar to connected branched coverings $X \rightarrow \mathbb{P}^1$ of the Riemann sphere of degree d that have “simple branching behaviour” (in every fibre there is at most one ramified point and its ramification index is 2; this implies that the Galois closure is of type S_d). A classical theorem of Hurwitz says the space parameterizing such covers (where d and the number of branch points is fixed) is connected.

In the same vein, degree d extensions K/\mathbb{Q} with Galois closure A_d and 3-cycle ramification are similar to connected branched degree d coverings $X \rightarrow \mathbb{P}^1$ such that branching points are of “3-cycle type” (every fibre has at most one ramification point and the inertia group is cyclic of order 3 at such a point). It turns out that the space parameterizing such covers has 2 connected components (while if we had chosen a $(2, 2)$ -ramification behaviour, the space would be connected).

Venkatesh then explained the proof of Hurwitz’s theorem and how to differentiate between the two components of the A_d coverings by associating to a cover a “braid invariant” taking values in $\{\pm 1\}$. This, in turn, motivated the introduction of invariants for number fields K/\mathbb{Q} of degree d with Galois closure A_d of type (i). In accordance with the conjecture he put forward about the statistics of Galois groups, such invariants influence those statistics.

Omer Angel

(continued from page 6)

into infinitely many infinite sets. Figure 4 shows a sample of the speeds; convoys are evident.

Finally, I am now able to prove the existence of speeds in the more general model of the ASEP, where with some smaller rate particles also swap in the reverse direction. This opens up the problem of computing the joint distribution of the speeds in that model as well.

1. G. Amir, O. Angel, and B. Valkó, *The TASEP speed process*, available at arXiv:0811.3706.
2. O. Angel, *The stationary measure of a 2-type totally asymmetric exclusion process*, J. Combin. Theory Ser. A **113** (2006), no. 4, 625–635.
3. O. Angel, A. Holroyd, and D. Romik, *The oriented swap process*, Ann. Probab. **37** (2009), no. 5, 1970–1998.
4. O. Angel, A. Holroyd, D. Romik, and B. Virág, *Random sorting networks*, Adv. in Math. **215** (2007), no. 2, 839–868.
5. P. Edelman and C. Greene, *Balanced tableaux*, Adv. in Math. **63** (1987), no. 1, 42–99.
6. P. Ferrari and J. Martin, *Multiclass processes, dual points and M/M/1 queues*, Markov Process. Related Fields **12** (2006) 175–201.
7. ———, *Stationary distributions of multi-type totally asymmetric exclusion processes*, Ann. Probab. **35** (2007), no. 3, 807–832.
8. T. Mountford and H. Guiol, *The motion of a second class particle for the TASEP starting from a decreasing shock profile*, Ann. Appl. Probab. **15** (2005), no. 2, 1227–1259.

9. R. P. Stanley, *On the number of reduced decompositions of elements of Coxeter groups*, European J. Combin. **5** (1984), no. 4, 359–372.

Gordon Slade

(continued from page 3)

large critical percolation clusters in high dimensions, establishing that they have the geometry of a random self-avoiding tree. Also in this line, the oriented percolation critical cluster has been studied in papers with den Hollander and van der Hofstad. These culminated in a proof that the critical oriented percolation cluster scales to super-Brownian motion. The identification of “scaling limits” is a defining theme of statistical mechanics, uniting random geometry with the study of phase transitions. Very recently, in a collaboration with Barlow, Járai, and Kumagai, a version of the Alexander–Orbach conjecture is proved for random walk on the incipient infinite cluster of oriented percolation.

In 1992 Hara and Slade completely solved the original problem that Spencer and I had been pursuing, proving that the end-to-end distance for self-avoiding walk in five or more dimensions has the \sqrt{n} end-to-end growth law. Five dimensions is the lowest (integer) dimension for which this can be true. I know of no other example where an expansion has proved an optimal result in statistical mechanics. Expansions are dependent on a small parameter for convergence and formal proofs tend to give very pessimistic estimates for the allowed parameter range. Here the parameter is essentially $1/(d-4)$ and it is miraculous to me that they were able to prove convergence for $d=5$. Their proof was partly computer assisted.

A completely different theme has been exploited in the papers of Clisby Liang and Slade. Although the lace expansion does not at first seem to have content in less than five dimensions, they noticed that it provides a way to accelerate the enumeration of self-avoiding walks in all dimensions, and in fact it is superior to existing schemes, especially in dimension three or more. With this observation they have been able to enumerate exactly walks of up to 30 steps in three dimensions. There are 270,569,905,525,454,674,614 of them.

I would also like to mention Gordon’s work on random graphs. The Erdős–Rényi random graph occupies an important place in combinatorics as the simplest model of a phenomenon wherein there is a sudden jump in the connectivity of a network as a function of a parameter controlling the density of direct connections. The model simplicity lies in the assumption that all pairs of nodes in the network have the same probability to be linked directly. In 2005–2006 Borgs, Chayes, van der Hofstad, Slade, and Spencer show that other graphs, in particular, the n -cube, have similar properties.

If any of this excites curiosity, then the reader can find out much more in a gentle way by reading the following review article: G. Slade, *Scaling limits and super-Brownian motion*, Notices Amer. Math. Soc. **49** (2002), no. 9, 1056–1067.

Les ateliers du semestre thématique sur les Problèmes mathématiques en imagerie : du neurone au monde quantique (août à décembre 2009)

d'André Bandrauk (Université de Sherbrooke), Christophe Grova (Université McGill), Misha Y. Ivanov (Imperial College),
Frédéric Lesage (École Polytechnique de Montréal) et Jean-Marc Lina (École de technologie supérieure)

La neuroimagerie fonctionnelle est un domaine de recherche multidisciplinaire où la *modélisation mathématique*, le *traitement du signal et des images* et l'*analyse statistique* sont indispensables pour interpréter les données recueillies par les instruments. À ces trois champs (dont chacun constitue, en soi, une branche des mathématiques appliquées), s'ajoute la diversité des « imagerieurs » dont disposent les neurosciences. Un quatrième volet se rapporte à la fusion de ces différentes modalités et s'apparente au *traitement de l'information* d'une façon générale. Pendant les vingt dernières années, l'imagerie neuronale a bénéficié de la contribution des mathématiques de façon significative, grâce à l'essor de technologies d'acquisition d'images et à l'élaboration de méthodologies d'analyse de plus en plus performantes. Les organisateurs du semestre ont aussi voulu créer une dynamique interdisciplinaire en faisant une place aux enjeux cliniques ou cognitifs.

Les trois premiers ateliers du semestre thématique organisé par le CRM portèrent respectivement sur trois thématiques de la neuroimagerie, là où les mathématiques ont une place privilégiée : la modélisation des processus neuronaux et vasculaires de l'activité cérébrale, la résolution de problèmes inverses en imagerie non invasive et les décompositions atomiques en imagerie cérébrale. Le quatrième atelier explora les problèmes mathématiques posés par la révolution en imagerie moléculaire produite par l'application de la technologie du laser de pointe : cette révolution a accru le potentiel d'imagerie et ainsi le contrôle de la dynamique moléculaire dans des dimensions spatio-temporelles jusqu'alors hors d'atteinte, et en particulier dans le monde quantique de l'électron.

L'organisation scientifique du semestre était sous la direction d'un comité composé de Sylvain Baillet (Medical College of Wisconsin), André Bandrauk (Université de Sherbrooke), Habib Benali (CHU Pitié-Salpêtrière et CRM), Christophe Grova (Université McGill), Stéphane Jaffard (Université Paris 12), Claude Le Bris (CERMICS et École des Ponts ParisTech), Frédéric Lesage (École Polytechnique de Montréal), Jean-Marc Lina (École de technologie supérieure) et Fred B. Schneider (Cornell University et NSF).

La modélisation de l'activité neuronale : des petites vers les grandes échelles (17 au 22 août 2009)

Le premier atelier du semestre fut organisé par Frédéric Lesage, Theodore Huppert (University of Pittsburgh Medical Center) et Habib Benali. Notre compréhension du cerveau humain et la capacité de mesurer l'activation neuronale ont évolué de façon significative au cours des dernières années. Ces développements sont liés à l'évolution de techniques non inva-

sives de mesure incluant l'ÉlectroEncéphaloGraphie (EEG), la MagnétoEncéphaloGraphie (MEG), la Tomographie par Émission de Positrons (TEP), l'Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf) et l'Imagerie Optique Diffuse (IOD). Ce regard sur le cerveau a permis une meilleure compréhension du traitement effectué par le cerveau en réponse à une stimulation, avec, comme conséquence, l'émergence d'une description détaillée de la réponse neuronale, métabolique et vasculaire.

Cette description demeure incomplète. Les techniques d'EEG et de MEG mesurent la réponse électrophysiologique avec une grande précision temporelle mais offrent une résolution spatiale limitée. Les techniques de TEP, IRMf et IOD permettent de mesurer les réponses métabolique et hémodynamique, dans certains cas avec une grande précision spatiale (IRMf), mais au prix d'une perte en résolution temporelle et d'un regard indirect sur l'activation neuronale. Les études neuronales basées sur l'hémodynamique font donc face à un défi d'interprétation mais sont largement utilisées dans la communauté. En particulier, l'imagerie à résonance magnétique (IRM) de type BOLD a vu son applicabilité exploser au cours des dernières années. Malgré sa grande popularité, l'interaction entre l'activation neuronale, le débit sanguin, la consommation d'oxygène et le volume sanguin limitent son interprétation et plusieurs études récentes cherchent à mieux caractériser ces relations. La modélisation de l'interaction entre débit sanguin, volume sanguin et oxygénation est essentielle afin de distinguer, dans la réponse, les effets de l'anatomie vasculaire des processus métaboliques sous-jacents (CMRO₂). Cette observation n'est pas naïve : l'utilisation de l'IRM pour caractériser les maladies ou le vieillissement nécessite cette quantification du signal.

Pour cette raison, l'interprétation des signaux en imagerie fonctionnelle cérébrale (IRMf, Spectroscopie RMN, MEG/EEG, Imagerie Optique Diffuse) ne peut faire l'économie d'une modélisation mathématique des processus physiologiques cérébraux. Ces modèles du tissu cérébral relient les différents compartiments de l'électrophysiologie au métabolisme énergétique et à l'hémodynamique. Ils se déclinent sous forme de systèmes d'équations différentielles dont la complexité ne réside pas tant dans leur nombre que dans leur couplage et leur non linéarité intrinsèque. Le but du premier atelier était de faire le point sur ces modèles dynamiques en les confrontant avec les différentes modalités de mesure de l'activité cérébrale.

L'atelier commença par un retour sur les processus biologiques et biochimiques impliqués dans la réponse hémodynamique (dans l'exposé d'Edith Hamel) et leurs modélisations (dans l'exposé de Renaud Jolivet). Il s'est ensuite concentré sur les

méthodes permettant de caractériser ces processus par l'imagerie. Plusieurs méthodes ont été proposées afin de pallier aux difficultés rencontrées et la plupart de celles-ci furent explorées par les conférenciers. Dans certains cas, elles cherchent à maximiser le nombre de paramètres observés afin de mieux distinguer les facteurs physiologiques qui obscurcissent la réponse neurale ; ces méthodes formaient le sujet des exposés de David Boas, Amir Shmuel et Jorge Riera. Par exemple, l'utilisation d'une préparation d'hypercapnie permet de modifier le débit sanguin cérébral sans affecter le métabolisme sous-jacent (tel qu'expliqué dans l'exposé de Richard Hoge). En utilisant une séquence IRM mesurant à la fois le signal dépendant du niveau d'oxygénation du sang (BOLD) et le débit sanguin (ASL), Richard Buxton a montré dans son exposé qu'il était possible d'estimer une constante de couplage et donc le CMRO₂. Cette technique ne résout pas tous les problèmes : en particulier, elle utilise une relation (la relation de Grubb entre le débit et le volume sanguin) qui varie d'un individu à l'autre et est sujette à modification dans les populations âgées. La recherche d'autres options et leurs validations sont donc nécessaires ainsi que Theodore Huppert l'a montré dans son exposé.

La modélisation des processus biochimiques de la réponse vasculaire à une activation neuronale, le processus de consommation d'oxygène, et la quantification de la relation entre l'activité neuronale et la réponse hémodynamique ont tous fait l'objet de séminaires qui permettaient non seulement d'aborder la modélisation des mesures mais aussi de confronter cette modélisation aux données expérimentales les plus récentes. Les commentaires des participants, leur grand nombre (62), et l'intérêt montré tout au long de l'atelier démontrent qu'il a connu un grand succès. En particulier, les longs séminaires (d'une durée de deux heures et un quart) donnant une introduction aux domaines de recherche ont permis de rejoindre cet auditoire interdisciplinaire. Plus de la moitié des participants étaient des étudiants aux cycles supérieurs.

Problèmes inverses et fusion multimodale en imagerie cérébrale (24 au 29 août 2009)

Le second atelier fut organisé par Sylvain Baillet, Christophe Grova et Jean-Marc Lina, et dédié à la mémoire de Keith Worsley, professeur à l'Université McGill, et de Line Garnero, chercheur au CNRS. Les enjeux cliniques ainsi que les problématiques liées aux neurosciences cognitives justifient les efforts constants pour définir le cadre méthodologique de la quantification locale de l'activité cérébrale à partir des mesures non invasives et des imageurs 3D mentionnés ci-dessus (EEG, MEG, IOD, IRMf, TEP). L'information produite par les imageurs (IRMf et TEP) est assez bien localisée dans le volume cérébral mais partielle, voire spécifique à certains aspects du fonctionnement, et doit être fusionnée avec les mesures non invasives. L'imagerie cérébrale se trouve ainsi au carrefour de plusieurs disciplines et problématiques dont l'objectif est de donner une carte de l'activité du cerveau la plus juste des points de vue spatial et temporel, et qui prenne en compte les différents compartiments (neuronal, hémodynamique, métabolique) des modèles actuels.

En invitant Jorge Riera, Nelson Trujillo-Barreto et Jean Daunizeau à présenter leurs travaux, les organisateurs de l'atelier ont mis l'accent sur les modèles avancés pour décrire aux échelles les plus petites les générateurs de l'activité bioélectrique mesurable par les techniques d'EEG et de MEG. La formulation numérique du problème direct exprimant la relation entre ces sources intracérébrales et les mesures électromagnétiques de l'EEG et de la MEG fut présentée par Jan De Munck et Matti Hamalainen, qui attirèrent l'attention de l'auditoire sur les performances de l'approche BEM (par « éléments finis de frontière ») pour la résolution des équations de Maxwell dans une modélisation réaliste de la tête. Cette formulation acquise, la localisation de l'activité cérébrale consiste à résoudre le problème inverse, intrinsèquement mal posé.

Outre Matti Hamalainen, qui présenta les grandes lignes des techniques habituelles de régularisation, l'atelier réunit les experts des approches les plus souvent utilisées dans le contexte de l'imagerie fonctionnelle. Ainsi John Mosher et Doug Cheyne présentèrent les avantages du filtrage des données de la MEG et l'EEG dans l'approche Beamformer, Srikantan Nagarajan et Nelson Trujillo-Barreto présentèrent l'état de l'art dans les approches probabilistes bayésiennes, et Sylvain Baillet présenta une technique par flot optique permettant une description particulièrement novatrice de la dynamique fonctionnelle. Christophe Grova et Jean-Marc Lina, quant à eux, présentèrent les derniers résultats en fusion MEG et EEG dans une approche d'inférence par maximum d'entropie. Les aspects numériques d'optimisation furent abordés par Alexandre Gramfort alors que les enjeux cliniques (concernant l'épilepsie) et de neurosciences (concernant la mémoire) firent l'objet des exposés du Dr Eliane Kobayashi et de Stéphane Grimault. Ces exposés placèrent la problématique de la localisation de l'activité cérébrale dans son véritable contexte, tout en justifiant les travaux méthodologiques et mathématiques des exposés précédents.

L'atelier inclut notamment les présentations orales de 12 conférenciers invités (y compris 5 cours complets de trois heures donnés par des chercheurs mondialement reconnus en résolution du problème inverse en électrophysiologie), 10 conférences d'une heure sur des sujets plus spécifiques ou appliqués, et quatre tables rondes (dont certaines furent enflammées!). Un des conférenciers, John Mosher, confia à Christophe Grova qu'il avait mis en place une étude spécifique pour répondre à une question posée pendant ces tables rondes ; les résultats de cette étude seront présentés lors de la conférence internationale Biomag 2010 (à Dubrovnik, en avril 2010). Malgré un programme plutôt chargé, la participation fut excellente tout au long de la semaine, et la plupart des participants demandèrent spontanément quand aurait lieu le prochain atelier de ce genre au CRM.

Décompositions atomiques en imagerie cérébrale : nouvelles avenues en traitement de signal (14 au 19 septembre 2009)

Le troisième atelier fut organisé par Stéphane Jaffard, Frédéric Lesage et Jean-Marc Lina. Pendant la dernière décennie, les signaux bioélectriques tels que ceux de l'EEG illustrèrent une des

problématiques du traitement du signal les plus intéressantes. En effet, la mesure de l'activité de plusieurs milliards de neurones à partir de quelques capteurs de potentiel électrique placés sur la surface de la tête est une réduction dimensionnelle considérable, qui devrait compromettre toute tentative de localisation de cette activité par EEG. Le second atelier (voir ci-dessus), qui portait sur les méthodes de localisation de sources cérébrales à partir des mesures électrophysiologiques, a montré qu'il était possible de résoudre ces problèmes inverses et que, dans une certaine mesure, cette réduction dimensionnelle préservait l'information pertinente de l'activité neuronale. Ce point de vue, bien qu'intuitif, est intimement relié à la notion de compression.

Le troisième atelier portait donc sur l'échantillonnage parcimonieux (*compressed sensing*) et la résolution de problèmes inverses, dans le contexte des neurosciences. Ce contexte fut introduit grâce aux deux exposés de Dimitri Van De Ville. Le premier portait sur l'analyse espace-échelle (ondelettes) en Imagerie de Résonance Magnétique fonctionnelle; le second présentait la construction d'atomes fonctionnels spécifiques à la modélisation des réponses hémodynamiques. Le contexte des neurosciences fut également présenté par Arnaud Delorme, spécialiste des analyses temps-fréquence en électrophysiologie. La transition vers la compression parcimonieuse du point de vue mathématique fut assurée par Michael Lustig, qui présenta ses travaux de pionnier sur l'application de l'échantillonnage parcimonieux en IRM. Cet exemple illustre parfaitement l'enjeu de l'échantillonnage parcimonieux, qui consiste à revisiter le théorème de l'échantillonnage de Nyquist-Shannon en tenant compte de la compressibilité de l'information mesurée.

L'exposé de Ronald DeVore a su remettre en perspective les fondements de l'échantillonnage parcimonieux et les conditions de reconstruction (décodage) du signal échantillonné parcimonieusement. Ces aspects furent aussi couverts en détail par Rémi Gribonval, dont les trois exposés couvrirent autant la théorie que les applications en traitement du signal (la séparation de sources, notamment). Les présentations de Richard Baraniuk placèrent l'échantillonnage parcimonieux dans le contexte de la modélisation des signaux et des questions de réduction dimensionnelle. Les présentations de Maureen Clerc et Andrew Bolstad reprirent l'analyse temps-fréquence dans le contexte de l'étude des signaux électrophysiologiques. L'exposé de Fabrice Wendling porta sur la modélisation de ces signaux dans le contexte de l'épilepsie et suggéra des problématiques pratiques à la communauté des mathématiciens participant à l'atelier.

L'atelier bénéficia de la présence de Stéphane Mallat, titulaire de la chaire Aisenstadt, dont les exposés portèrent, de manière générale, sur la résolution de problèmes inverses du point de vue théorique (sous l'angle de la mesure parcimonieuse) et du point de vue pratique (c'est-à-dire de la compression d'images).

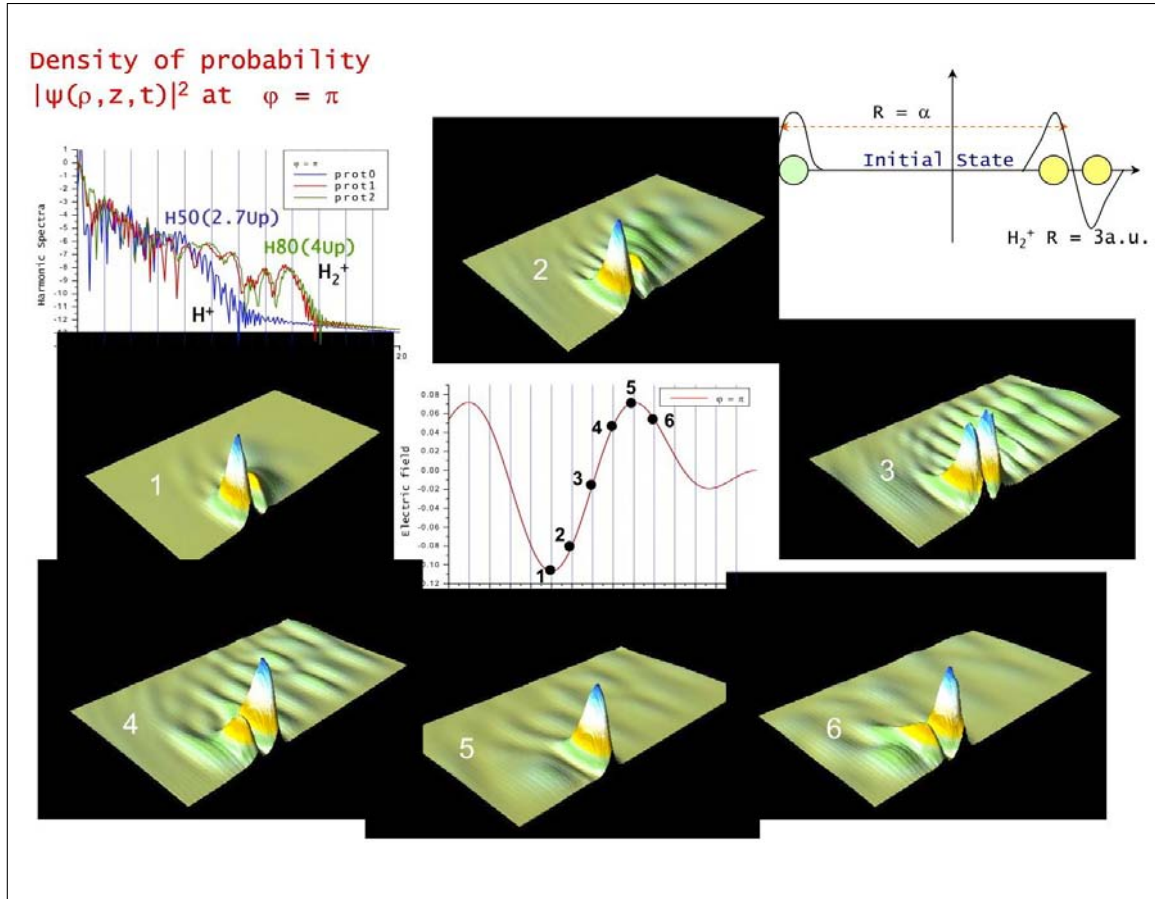
Imagerie dynamique quantique (19 au 23 octobre 2009)

Cet atelier, le premier de son genre au Canada, portait sur

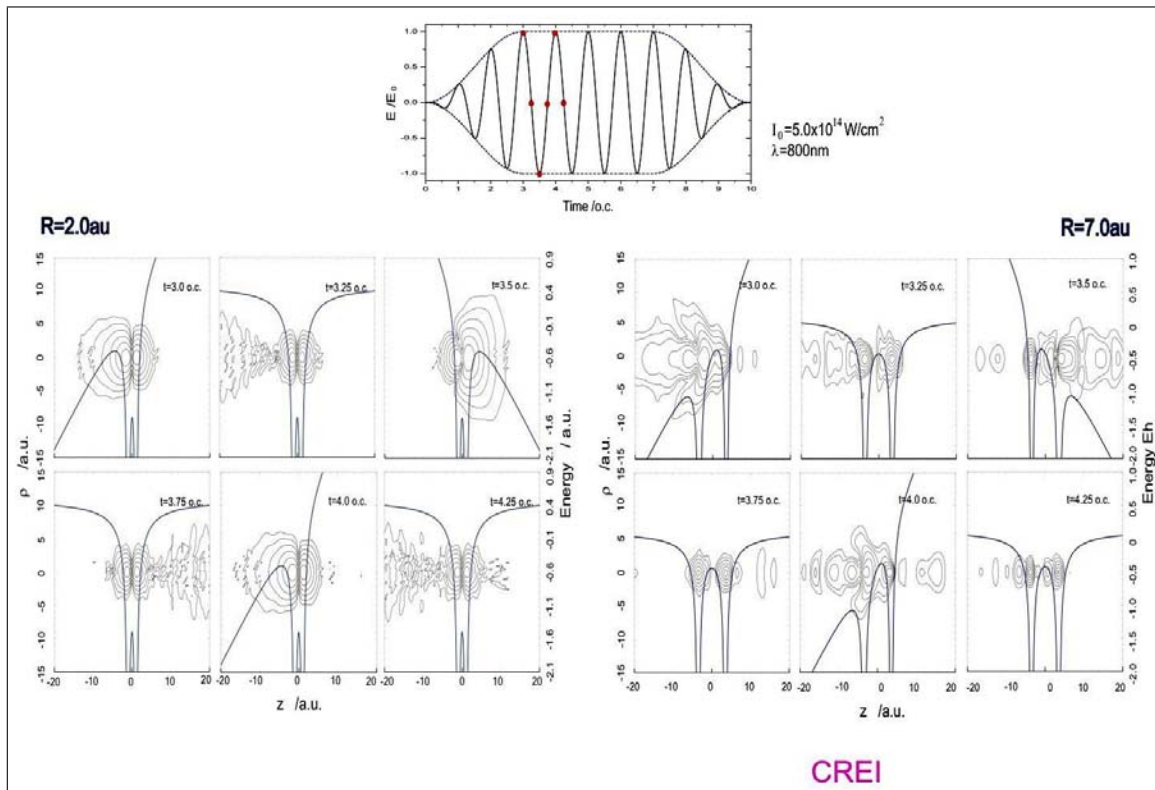
les problèmes théoriques et mathématiques reliés à l'imagerie des phénomènes quantiques dans la matière dans l'échelle de temps allant des femtosecondes (10^{-15} s) pour le mouvement nucléaire aux attosecondes (10^{-18} s) pour le mouvement des électrons. Le mouvement d'un proton (un des noyaux les plus importants) et ceux qu'on observe en chimie et biologie (par exemple pour l'ADN) ont une échelle naturelle de 7 femtosecondes. Le mouvement des électrons, qui est à la base des liaisons chimiques et des processus de transfert d'électrons dans les phénomènes naturels, a une échelle d'environ 100 attosecondes (dans un atome d'hydrogène, un électron prend 152 attosecondes pour effectuer une révolution). Les deux mouvements (mouvement d'un proton et mouvement d'un électron) ne peuvent être décrits que par la mécanique quantique, c'est-à-dire des équations aux dérivées partielles (EDP) en grande dimension. De tels mouvements ne peuvent être surveillés que par des impulsions de laser ultracourtes. L'interaction entre la matière et de telles impulsions doit donc être décrite par des EDP en grande dimension comme les équations de Schrödinger et Dirac dépendantes du temps, couplées avec les équations de Maxwell (pour tenir compte des photons).

Les conférenciers invités à l'atelier étaient des experts reconnus dans les domaines théoriques et méthodes numériques nécessaires pour traiter les interactions entre les photons, les atomes et les molécules en mode non linéaire et non perturbatif. En particulier la génération d'impulsions attosecondes provient des théories des interactions non linéaires et non perturbatives entre la matière et les impulsions de laser. La grande qualité de l'atelier se trouva rehaussée par les conférences Aisenstadt de Claude Le Bris (École des Ponts ParisTech). Le professeur Le Bris décrivit les problèmes mathématiques et les avancées pour les méthodes numériques en imagerie des phénomènes quantiques avec une résolution temporelle en-dessous de la femtoseconde et une résolution spatiale en-dessous de l'ångström. L'atelier inclut 23 présentations par des conférenciers invités et 6 présentations par des participants de niveau postdoctoral. Trois conférences furent données par des experts en informatique sur la production éventuelle de « films moléculaires » et l'utilisation, dans ce but, de méthodes d'imagerie quantique et de quantités massives d'information multidimensionnelle encodée dans des fonctions d'onde à plusieurs corps dépendant du temps. Ce sujet est nouveau en imagerie moléculaire, et les informaticiens qui y travaillent veulent mettre à la disposition des chercheurs l'information quantique permettant de visualiser les phénomènes quantiques dans leur échelle temporelle naturelle (entre la femtoseconde et l'attoseconde).

Le comité scientifique de l'atelier comprenait les chercheurs suivants : André Bandrauk, Misha Y. Ivanov, Claude Le Bris et Barry I. Schneider, de la National Science Foundation (NSF). Les organisateurs sont très reconnaissants du soutien financier qu'ils ont reçu de la NSF, de l'Institut canadien pour les innovations en photonique (ICIP), de l'Université de Sherbrooke et du CRSNG, qui finance (entre autres choses) le programme thématique du CRM.



Le système moléculaire H⁺ (gauche) + H₂⁺ (droite) en présence d'un champ (électrique) laser
On voit la distribution ondulatoire de l'électron se déplacer de gauche à droite selon l'intensité du champ (dont les valeurs sont données par les points de 1 à 6). Une partie de l'électron se dissipe comme des ondes d'eau à cause de l'ionisation.



Exemple de déplacement de l'onde d'électron dans H₂⁺ en présence de l'impulsion laser (à des distances internucléaires différentes)

On voit l'électron suivre plus ou moins le champ électrique (représenté par un point rouge), ce qui permet d'envisager le contrôle du mouvement d'un électron dans une molécule par laser en dépit de la nature ondulatoire de l'électron.

Le Centre for Applicable Mathematics (CAM) du Tata Institute of Fundamental Research (TIFR)

par M. Delfour (CRM et DMS, Université de Montréal)

1. Contexte



À la demande de François Lalonde, alors directeur du CRM, j'ai été invité à participer au volet éducationnel de la mission du ministre du Développement économique, de l'Innovation et de l'Exportation (MDEIE) du Québec, Raymond Bachand, en Inde, du 20 au 24 novembre 2006. La mission de 5 jours s'est arrêtée à Mumbai (Bombay), Bangaluru (Bangalore), et Delhi. Afin de rentabiliser mon séjour, j'ai pris directement contact avec les collègues indiens et entamé ma mission deux jours plus tôt que la mission officielle pour pouvoir passer une journée au TIFR de Mumbai. Ma mission s'est conclue par la rédaction d'une lettre d'intention entre le CAM du TIFR et le CRM de l'Université de Montréal. Ce fut le seul nouvel accord signé pendant la mission du Québec en Inde. J'en rappelle la genèse ainsi que l'évolution.

2. Tata Institute of Fundamental Research (TIFR)

Ma mission s'est portée sur la « School of Mathematics », qui possède un campus à Mumbai et un campus à Bangalore, connu sous le nom de TIFR Centre Bangalore (CAM depuis la fin septembre 2007), et sur la « School of Technology and Computer Science » plus récemment créée à Mumbai. Le doyen Vivek Borkar de la « School of Technology and Computer Science » m'a invité à y donner une conférence le matin. C'est un mathématicien de renommée internationale, conférencier invité au Congrès International des Mathématiciens de 2006 (en même temps que François Lalonde). Il a été à l'origine de la création en 1975 du TIFR Centre Bangalore pour la « promo-



Vivek Borkar

tion des domaines des mathématiques applicables » les plus porteurs pour l'avenir, dont la mécanique des fluides computationnelle, l'imagerie, la modélisation des phénomènes atmosphériques, le contrôle et l'optimisation des processus industriels, la finance mathématique et les problèmes mathématiques en médecine et biologie. En après-midi, j'ai été invité à prendre le thé avec le doyen Nitsin Nitsure et ses collègues de la « School of Mathematics ». J'ai présenté l'Université de Montréal et le CRM et indiqué notre souhait de tisser des liens de coopération et de créer des mécanismes d'échange dans le cadre d'un accord entre l'Université de Montréal et le TIFR ou d'un accord direct entre la « School of Mathematics » et le CRM. Le sentiment de nos collègues indiens fut que nous devions d'abord nous connaître par des visites bilatérales et identifier des collaborations réelles, et ensuite formaliser les échanges. Ce fut aussi le sentiment du professeur G. Krishnamoorthy, doyen des « Graduate Studies », que je rencontrais le lundi avec M. Jacques Turgeon, alors vice-recteur à la recherche de l'Université de Montréal.

3. Centre for Applicable Mathematics (anciennement TIFR Centre Bangalore)

Le TIFR Centre Bangalore a été fondé dans les années soixante-dix. Il a bénéficié du soutien de plusieurs institutions aux États-Unis (Courant Institute for Mathematical Sciences) et en Europe (l'académicien Jacques-Louis Lions en France), qui ont joué un rôle important dans son développement. Plusieurs des professeurs de ce centre sont diplômés des universités parisiennes (par exemple R. Mythily, Université Paris 6, P. N. Srikanth, Université Paris 6, et G. D. Veerappa Gowda, Université Paris 9). De plus, le Centre bénéficie d'accords particuliers, notamment avec le Weizmann Institute et avec l'INRIA, qui cherche à s'établir sur le campus de l'Indian Institute of Science (IISc) Bangalore. Collaborer avec une institution francophone n'est donc pas un obstacle pour ce centre. De plus, le CRM entretient des liens particuliers avec les mêmes institutions françaises depuis les années soixante-dix. Comme le TIFR est maintenant autorisé à décerner des doctorats et des maîtrises au même titre que les grandes universités indiennes, il recrute sur concours les meilleurs étudiants de l'Inde. Le TIFR Centre Bangalore fait face à une augmentation considérable du nombre d'étudiants. De plus, le ministère de l'Énergie Atomique, qui supervise le TIFR, a décidé d'intensifier la formation en mathématiques appliquées et les projets qui y sont associés. Les objectifs du centre sont influencés par la croissance rapide de plusieurs secteurs industriels indiens, les réalisations remarquables de la recherche dans le domaine spatial et celui de l'énergie atomique, l'émergence de la biotechnologie, des services financiers, et d'industries basées sur le savoir. Ces be-

soins imposent au centre l'obligation de développer des bases mathématiques solides pour soutenir cette révolution.

Après ma conférence au TIFR Centre, il y eut rapidement convergence de nos intérêts scientifiques avec le professeur Adimurthi (qui remplaçait le doyen Srikanth en déplacement), et nous avons rédigé une lettre d'intention entre son centre et le CRM. Cette lettre, cosignée à mon retour par les directeurs des deux centres, fut suivie en mai 2007 de l'invitation du professeur Adimurthi au CRM pour préparer un accord officiel.

Le séjour du professeur Adimurthi chez nous lui a permis de rencontrer le directeur du CRM (F. Lalonde), la directrice du Département de mathématiques et de statistique (V. Hussin), le directeur de la Direction des relations internationales (A. Boutet), la responsable de l'Inde (K. Lennon), le doyen de la Faculté des arts et des sciences (J. Hubert), la vice-doyenne (Micheline Cambron), et la vice-rectrice aux relations internationales (M. Crago). Ces rencontres ont permis de cerner le terrain de la collaboration et d'ajuster les paramètres des liens de coopération. C'est pendant cette mission que fut rédigé l'accord de coopération entre le TIFR-CAM, d'une part, et l'Université de Montréal et le CRM, d'autre part; l'accord fut signé à la fin de 2007 par le nouveau directeur du TIFR, après que le TIFR Centre Bangalore ait été transformé en Centre for Applicable Mathematics (<http://www.crm.umontreal.ca/~delfour/accord-TIFR-UdeM>).

4. La question du financement des échanges

L'accord entre les deux institutions est très large. Il couvre l'échange de professeurs, de chercheurs et d'étudiants et l'organisation d'activités conjointes, mais il ne comporte aucun engagement financier. Il permet aux membres de l'Université de Montréal de présenter des demandes pour le financement de projets auprès de la Direction des relations internationales et du vice-rectorat aux relations internationales. Pour les étudiants et stagiaires, il n'y a pas de frais d'inscription ou de scolarité. Du côté indien il n'y a pas encore de programme de financement précis pour le Canada et le Québec. Le modèle préféré de nos collègues indiens est celui du Centre Franco-Indien pour la Promotion de la Recherche Avancée (CEFIPRA), dont l'adresse est <http://www.cefipra.org/>. C'est un guichet unique au service de la coopération entre la France et l'Inde. Ce programme de coopération scientifique est soutenu par le ministère des Affaires étrangères de la France et le Département de la Science et de la Technologie du gouvernement indien. Il s'applique à toutes les sciences. Il suffit de lui soumettre un projet dans un des volets suivants : recherche collaborative, recherche industrielle et séminaires. Il serait excellent que les échanges entre le Québec et l'Inde se greffent sur le CEFIPRA. Un autre modèle plaisant beaucoup à nos collègues du TIFR est l'accord entre le TIFR et le Weizmann Institute. Chaque année, il y a plusieurs missions entre les deux instituts. Il y eut aussi un court échange sur le rôle du National Board for Higher Mathematics, dont le professeur S. G. Dani est président (voir le site www.nbhm.dae.gov.in/). Une réforme de cet organisme est en cours; elle a pour but de lui donner une plus grande visibilité. Du côté canadien, on pourrait utiliser les programmes

du Centre de recherches pour le développement international (<http://www.idrc.ca/>), en particulier son Fonds d'encouragement des partenariats de recherche. L'Inde y est maintenant admissible puisque les deux gouvernements ont signé un accord en novembre 2005.

5. Initiative d'aide au montage de projets de collaboration avec l'Inde en 2008-2009

5.1. L'initiative du Québec Pour renforcer, de façon ponctuelle et stratégique, l'action internationale des établissements universitaires québécois avec l'Inde, le gouvernement du Québec, par l'entremise du ministère des Relations internationales (MRI), du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) et du ministère du Développement économique, de l'Innovation et de l'Exportation (MDEIE), a lancé en décembre 2007 une Initiative d'aide au montage de projets de collaboration avec l'Inde avec comme date limite le 17 janvier 2008. Cette initiative d'aide non récurrente pour le développement et la consolidation des liens entre des chercheurs québécois et des partenaires indiens faisait suite aux deux importantes missions gouvernementales menées sur ce territoire (celle du premier ministre en janvier 2006 et celle du ministre du MDEIE en novembre 2006). Elle visait à soutenir la préparation de projets, qui pourraient par la suite bénéficier du soutien financier de programmes déjà existants.

Les projets devaient être présentés par un minimum de deux établissements universitaires québécois. Les activités soutenues devaient obligatoirement se réaliser durant les années financières 2007-2008 et 2008-2009. La contribution gouvernementale maximale était de 25 000 \$ par projet et ne pouvait représenter plus de 50 % du total des dépenses. Les projets touchant les trois secteurs suivants étaient considérés :

- aérospatiale (incluant les applications des technologies de l'information et des communications, les nanotechnologies et les nouveaux matériaux pertinents à ce secteur);
- sciences de la vie (incluant la santé) et biotechnologies;
- études québécoises en Inde et études indiennes au Québec.

Comme les mathématiques ne figuraient pas de façon explicite dans la liste, c'est en partenariat avec l'École Polytechnique qu'une demande de 40 000 \$ dans le secteur des sciences de la vie et de la santé a été faite. Cette demande était intitulée « Modélisation biophysique, contrôle et design des endoprothèses » et reçut un accueil favorable pour la période du 1^{er} avril 2008 au 31 août 2009.

5.2. Partenariat entre l'École Polytechnique de Montréal et le CRM Ce projet implique André Garon et Frédéric Lesage, tous deux membres du CRM et professeurs à l'École Polytechnique de Montréal. Rappelons brièvement quelques faits. L'École Polytechnique de Montréal est présente au sein de la recherche en imagerie depuis plusieurs années. Les travaux de recherche se font à la fois au niveau de l'imagerie cellulaire (M. Buschmann, C. Boudoux) et au niveau de l'imagerie macroscopique (F. Cheriet, C.-É. Aubin, S. Martel, A. Garon, F. Lesage, R. Guardo, M. Bertrand, etc.). L'Institut de Génie Biomédical (IGB), un institut commun à l'Université de Montréal et à

l'École Polytechnique, appuie un programme des cycles supérieurs dans le domaine du génie biomédical depuis 1972. Près de 20 professeurs des différents départements de l'École travaillent dans le domaine du génie biomédical, faisant de cet institut le plus important dans le domaine au Québec et un des mieux financés au Canada. Les deux chercheurs participant à cette demande, André Garon du département de génie mécanique et Frédéric Lesage du département de génie électrique, font partie de l'IGB et travaillent respectivement dans les domaines de la cardiologie interventionnelle et de l'imagerie optique. L'équipe d'André Garon collabore avec M. Delfour depuis 2000 sur le design d'endoprothèses vasculaires (stents) enrobées. En 2005, ils ont organisé conjointement l'école et l'atelier international sur les traitements mini-invasifs en médecine et chirurgie et les défis mathématiques et numériques qui leur sont associés (6 au 27 mai 2005). Ils font aussi partie d'une équipe INRIA associée à l'étranger (Aérosol, Cœur, Endoprothèses) depuis 2003.

Frédéric Lesage est depuis longtemps membre du laboratoire PhysNum du CRM, qui travaille principalement sur les méthodes mathématiques en imagerie cérébrale. Amorcée dans le cadre d'une collaboration avec l'INSERM (Hôpital Pitié-Salpêtrière) et l'Institut universitaire de gériatrie de Montréal, cette orientation a pris corps lors d'études sur les problèmes de reconstruction de signaux en imagerie optique, imagerie par résonance magnétique, électroencéphalographie et magnétoencéphalographie. La collaboration avec l'INSERM a récemment mené à la création d'un laboratoire international INSERM-Université de Montréal permettant le financement de collaborations et de chercheurs œuvrant dans le domaine de l'imagerie cérébrale. Lors de la préparation de ce projet, l'École Polytechnique a exprimé le souhait d'élargir l'accord entre le CRM (Université de Montréal) et le CAM-TIFR à l'École Polytechnique d'une part et la School of Technology and Computer Science du TIFR (Mumbai) d'autre part.

5.3. Partenaire indien institutionnel Les personnes impliquées dans le projet du côté TIFR étaient A. Adimurthi, Amit Apte, G. D. Veerappa Gowda, et A. S. Vasudeva Murthy. Ces chercheurs ont une expertise en physique, analyse numérique, et équations aux dérivées partielles.

5.4. Les objectifs Les grands axes du projet « Modélisation biophysique, contrôle et design des endoprothèses », soumis dans le cadre de l'initiative d'aide 2008-2009, étaient les suivants :

- planification de la mise en œuvre de l'accord entre le CRM (Université de Montréal) et le CAM-TIFR ;
- élargissement de l'accord initial à l'École Polytechnique d'une part et à la School of Technology and Computer Sciences du TIFR d'autre part ;
- mise sur pied d'un programme de coopération dans le biomédical (modélisation, transport pariétal, imagerie médicale, contrôle et design des endoprothèses).

Les activités prévues étaient :

- les missions de M. Delfour, A. Garon et F. Lesage au CAM-TIFR à Bangalore en mars 2009 et la mission de V. Borkar, doyen de la School of Technology and Computer Science du TIFR (Mumbai), pour élargir l'accord initial à Polytechnique, et
- l'accueil à l'Université de Montréal du premier stagiaire, Anup Biswas, étudiant indien de doctorat au TIFR. Il terminait son doctorat en contrôle stochastique sous la direction de V. Borkar. Son domaine d'expertise est très proche de celui de M. Delfour et le projet portait sur la reconnaissance et l'analyse des images et des formes. L'objectif du stage était de modéliser l'incertitude ou le bruit dans la détection des images, dans le cadre des méthodes développées par Delfour et Zolésio pour l'étude des formes et des géométries. Le Département de mathématiques de la University of North Carolina (Chapel Hill) lui a offert un stage postdoctoral pour l'année prochaine.

Malgré des délais administratifs importants au début du projet (en avril 2008) et un laps de temps assez court pour le mener à bien, nous avons réalisé des progrès substantiels dans la construction et la poursuite de notre collaboration avec le TIFR.

5.5. Missions au CAM-TIFR Bangalore et au CRM (Université de Montréal)

Les missions de M. Delfour, A. Garon et F. Lesage ont eu lieu entre le 24 février et le 10 mars 2009 à peu près au même moment que la semaine de relâche. Nos charges de cours respectives et la coordination avec nos collègues indiens ne nous ont pas permis de faire le voyage plus tôt. Pendant cette période chacun d'entre nous a donné un mini-cours et nous avons multiplié les contacts pour recruter des étudiants, des stagiaires et de jeunes chercheurs. Les thèmes des mini-cours furent les suivants :

1. *Introduction to shapes and geometries: analysis, differential calculus, and optimization I and II*, par M. Delfour,
2. *Finite element methods for the simulation of incompressible flow in deforming domains*, par A. Garon,
3. *Design and optimization of a continuous blood pump*, par A. Garon, et
4. *Introduction to diffuse optical imaging (DOI) I and II*, par F. Lesage.

Pendant ces cours, nous avons fait la promotion du Programme de bourses d'excellence pour étudiants étrangers (PBEEE). Étant sur place, il était plus facile d'interviewer les personnes et de monter les dossiers pour les soumettre à nos départements et institutions dès le 18 mars. Nous avons retenu deux candidats intéressés pour des bourses de doctorat et un jeune chercheur pour un stage.

Un volet important de notre projet était la mission de V. Borkar en vue d'un élargissement de l'accord initial à l'École Polytechnique. Malheureusement, après des échanges infructueux qui ont duré trois semaines avec le haut-commissariat du Canada à Delhi et plusieurs reports de son voyage, son passeport lui a été renvoyé avec une note lui demandant de faire une demande de permis de travail (dont il n'avait pas besoin !). Comme il s'était engagé à aller aux États-Unis à la fin de juillet, il a dû annu-

ler sa mission. Son cas n'est pas isolé, comme en témoigne un article publié dans le bulletin du Shastri Institute en juin 2009 (<http://www.sici.org/newsletter/article/>).

6. Quelques remarques pour conclure

L'accord est un outil important pour la collaboration officielle entre le Québec et l'Inde. Toutefois, pour qu'il porte ses fruits, l'initiative des chercheurs (tant sur le plan scientifique que sur celui du financement) et la volonté politique du CRM et de l'Université de Montréal sont nécessaires. Nous souhaitons donc donner crédibilité et visibilité à l'ouverture de l'Université de Montréal et du Québec francophone envers l'Inde en invitant des intellectuels indiens à donner des séries de conférences et en décernant des doctorats honorifiques à des personnalités indiennes. Pour terminer, mentionnons la participation du recteur de l'Université de Montréal, M. Luc Vinet, à la dernière mission éducative et économique du premier ministre Jean Charest en Inde (du 31 janvier au 6 février 2010). Une rencontre avec le directeur du TIFR à Mumbai était prévue pendant cette mission.

Statistics

(continued from page 2)

on methodology will interact with health science researchers to explore potential uses of inference techniques in this ever-expanding field. Montréal, through its English and French University Health Centres, is a major Canadian centre for health research, and this workshop will afford statisticians the opportunity to demonstrate that they can play a vital role in study design and analysis. It will also raise the profile of causal inference in Canada, following the BIRS workshop that took place in May 2009.

The fifth workshop will be held on May 16–19, 2011, and is entitled *Analysis of Survival and Event History Data*. It will be organized by Richard Cook and Jerry Lawless, both from the University of Waterloo, who are also the members of the scientific committee. The aim of this workshop is to discuss areas requiring new methodology and the supporting theory. Here is a partial list of topics that the workshop will address: survival and event history analysis for complex disease processes; survival analysis in genetic studies; the analysis of longitudinal studies with intermittent follow-up; multivariate survival and event history modelling; dynamic life history modelling; analysis of studies with selective sampling or observational schemes. Each day will feature between 4 and 6 invited talks, and there will be substantial time left for discussion.

The sixth workshop will be held on June 6–9, 2011, and is entitled *Copula Models and Dependence*. Its organizers and scientific committee members are: Debbie Dupuis (HEC Montréal), Christian Genest (Laval), Johanna Nešlehová (McGill), Jean-François Plante (HEC Montréal), Jean-François Quessy (UQTR), and Bruno Rémillard (HEC Montréal). As many applications of copula models have been uncovered in finance, hydrology, and more recently biostatistics, new challenges

have emerged, which will be the focus of this workshop. The topics are briefly described below.

The workshop will address the topic of *Multivariate Copula Models and Inference for Vine-Copula Constructions*. For problems involving a large number of variables, there is a need to construct flexible multivariate dependence structures. Multivariate Archimedean and meta-elliptical copulas, which are often used in this context, are sometimes much too limited in this regard. Vine-copula constructions represent a highly promising alternative. This approach, which parallels classical hierarchical modelling, consists of decomposing a multivariate distribution through a series of conditionings whose basic building blocks involve only pairs of variables. The systematic way in which this is carried out, called a vine, ensures that any choice of bivariate copula for the building blocks yields a bona fide multivariate distribution; compatibility issues are bypassed completely. Non-parametric inference techniques for these models remain to be developed, however. The first objective of the workshop is to lay the foundations for estimating and testing methods for vine-copulas.

The workshop will also address the topic of *Inference for Extreme-Value Copulas*. The study of extreme-value behaviour is a crucial component of financial and hydrological analysis. Often, multivariate distributions exhibit dependence in the tails, despite the fact that the marginal distributions are not themselves of an extreme-value type. In such circumstances, the estimation of the underlying extreme-value copula is of interest. There is currently a surge of activity around this theme: Bayesian and rank-based estimators of the so-called Pickands dependence function have recently been proposed, as well as tests of extremeness. Diagnostic tools and goodness-of-fit tests, however, have to be developed. In addition, most of the work in this area has been limited to the bivariate case. The second objective of the workshop is to bring together experts in extreme-value theory, in copula methodology, in hydrology, and in finance to stimulate the ongoing activities in this area.

Finally the third topic will be the *Statistical Inference for Copula Models with Non-Continuous Data*. Biostatistics is a prime area of application for copula models, since the traditional assumption of multivariate normal distributions is usually not valid in this context. Furthermore, data collection mechanisms in biostatistics often involve censoring, truncation, or other types of incomplete observations. Moreover, response variables are often discrete and explanatory variables must be taken into account. These characteristics of the data create many challenges for copula inference, which was originally developed for continuous observations. Here are some of these challenges: lack of uniqueness of the copula, presence of ties in the ranks, numerical problems in the evaluation of probabilities for high-dimensional copulas. The third objective of the workshop is to foster collaboration between the main contributors to this emerging area of research.

A Celebration of the Mathematical Legacy of Raoul Bott

A five-day conference celebrating the legacy of Raoul Bott was held at the CRM on June 9–13, 2008. The conference focused on the extraordinary impact Bott had on both topology and interactions between mathematics, physics, and technology. The conference was co-organized by the Clay Mathematics Institute and had support from the National Science Foundation (Award 0805925). Montréal was a natural venue for such an event since Raoul Bott obtained two degrees in electrical engineering at McGill University in the 1940s and an honorary doctorate from McGill in 1987. The fact that Bott's presence is still fresh in the minds of all those involved made for a tremendous amount of enthusiasm and every attempt has been made to channel this energy into this book.

The contributions to this book come from three generations of Bott's students, coauthors, and fellow kindred spirits in order to cover six decades of Bott's research, identify his enduring mathematical legacy and the consequences for emerging fields. The contributions can be read independently. In order to help a whole to emerge from the parts, the book is broken into four sections and to make the book accessible to a wide audience, each section starts with easier-to-read reminiscences and works its way into more involved papers.

Contents:—Montréal, the 1940s, and Mathematical Prehistory: *My parents's Montréal Years and Growing Up with Raoul as My Father*, Candace Bott; *Raoul Bott, McGill, the 1940s*, Joachim Lambek; *Iron Rings, Doctor Honoris Causa Raoul Bott, Carl Herz, and a Hidden Hand*, P. Robert Kotiuga; *The Bott–Duffin Synthesis of Electrical Circuits*, John H. Hubbard — **Early Students and Colleagues:** *Raoul Bott as We Knew Him*, Peter Lax, Barry Mazur, Lawrence Conlon, Edward B. Curtis, Harold M. Edwards, Johannes Huebschmann, Herbert Shulman, and Friedrich Hirzebruch; *Working with Raoul Bott: From Geometry to Physics*, Michael Atiyah; *The Algorithmic Side of Riemann's Mathematics*, Harold M. Edwards; *Actions of Lie Groups and Lie Algebras on Manifolds*, Morris W. Hirsch; *PDE from the Point of View of Multiplier Ideals*, Joseph J. Kohn; *Dirac Operator and K-Theory for Discrete Groups*, Paul Baum; *The Lefschetz Principle, Fixed Point Theory, and Index Theory*, James L. Heitsch; *A New Look at the Theory of Levels*, John Cantwell and Lawrence Conlon; *On the Space of Morphisms Between Étale Groupoids*, André Haefliger — **Localization, Equivariance and Outgrowths of Morse Theory and Periodicity:** *Raoul Bott as We Knew Him*, James Bernhard, Nancy Hingston, Jim Stasheff, and Victor Guillemin; *Loop Products on Connected Sums of Projective Spaces*, Nancy Hingston; *Equivariant Cohomology and Reflections*, James A. Bernhard; *Connectedness of Level Sets of the Moment Map for Torus Actions on the Based Loop Group*, Lisa Jeffrey; *Computing Characteristic Numbers Using Fixed Points*, Loring W. Tu; *From Minimal Geodesics to Supersymmetric Field Theories*, Henning Hohnhold, Stephan Stolz, and Peter Teichner — **Dualities**

and Interactions with Quantum Field Theory: *Raoul Bott as My Math Teacher*, Cumrun Vafa; *A Physics Colloquium at McGill that Changed My Life*, Steven Lu; *Geometric Langlands from Six Dimensions*, Edward Witten; *Duality and Equivalence of Module Categories in Noncommutative Geometry*, Jonathan Block; *Generalized Complex Geometry and T-Duality*, Gil Cavalcanti and Marco Gualtieri; *Topological Quantum Field Theories from Compact Lie Groups*, Daniel S. Freed, Michael J. Hopkins, Jacob Lurie, and Constantin Teleman.

Prix décernés à Christiane Rousseau et Yoshua Bengio

La Société mathématique du Canada (SMC) a décerné le prix Graham Wright pour service méritoire 2009 à Christiane Rousseau, directrice du CRM en 2008-2009 et chercheure émérite travaillant dans le domaine des systèmes dynamiques. Elle compte à son actif de nombreuses publications dans de prestigieuses revues scientifiques. Christiane Rousseau a été présidente de la SMC de 2002 à 2004 et directrice du Département de mathématiques et de statistique de l'Université de Montréal (où elle est professeur depuis 1979) pendant un mandat. Ses réalisations, trop nombreuses pour qu'elles soient toutes décrites ici, couvrent tous les aspects de sa profession. En particulier, elle a coordonné la campagne Opération Métro 2000 dans le cadre de l'Année internationale des mathématiques, organisé la partie canadienne du premier congrès de mathématiques Canada-France à Toulouse en 2004 et publié le livre *Mathématiques et Technologie* en collaboration avec Yvan Saint-Aubin.

Le prix Urgel-Archambault 2009 de l'Association francophone pour le savoir (Acfas) a été décerné au professeur Yoshua Bengio, membre du CRM et professeur titulaire au Département d'informatique et de recherche opérationnelle de l'Université de Montréal. Son domaine de recherche est une branche de l'intelligence artificielle appelée *apprentissage machine*. On y met au point des algorithmes permettant aux ordinateurs d'extraire de l'information utile des centaines de millions d'éléments d'information stockés dans les bases de données. La réputation de Yoshua Bengio et de son équipe de recherche font de lui une sommité internationale dans les domaines des réseaux neuronaux et du forage de données. Le professeur Bengio dirige un laboratoire qui compte aujourd'hui plus de 20 chercheurs et de nombreux contrats de recherche lui permettent de transférer ses découvertes vers de nombreux secteurs industriels (pharmaceutique, toile, finance, assurance et télécommunications). En 2002 il a fondé Apstat technologies, une entreprise spécialisée en forage de données et prévisions statistiques pour l'assurance et la finance.

Grande Conférence du CRM

Geometreks

Ivars Peterson (Mathematical Association of America)

de Christiane Rousseau (Université de Montréal)

Ivars Peterson est bien connu du public comme auteur de nombreux volumes de vulgarisation des mathématiques et des sciences, ainsi que comme journaliste scientifique à *Science News* pendant plus de 25 ans. Sa formation initiale en physique et chimie l'a amené à s'intéresser de près aux applications des mathématiques dans tous les domaines scientifiques. La grande conférence qu'il a prononcée le 4 février 2010 au CRM s'intitulait *Geometreks*. Elle conviait le public à un voyage dans le monde qui nous entoure et à l'observation des mathématiques sous-jacentes à l'architecture et l'art que nous côtoyons chaque jour. La conférence a été abondamment illustrée de photos, la plupart prises par le conférencier aux quatre coins de la planète.

Une partie importante de la conférence a porté sur l'observation de réalisations architecturales, toutes plus spectaculaires les unes que les autres : la National Gallery of Art à Washington avec ses angles aigus, la Needle Tower de Kenneth Snelson (aussi à Washington), qui tient en équilibre même si ses poutres ne se touchent pas, le pavillon de *L'homme et sa communauté* à Expo 67, les arches des églises, la Gateway Arch à Saint-Louis, dont la forme est une caténaire inversée, et les courbes du profil de la tour Eiffel. Ivars Peterson a illustré comment certains quadrillages de fenêtres ressemblent aux sommes de Riemann qui apparaissent en théorie de l'intégration. L'observation de bâtiments célèbres a été, entre autres, l'occasion de remarquer plusieurs occurrences de la loi normale dans l'usure des bâtiments.

Ivars Peterson a aussi décrit les mathématiques du triangle de Reuleaux, une de ces formes géométriques qui ont la propriété de toujours toucher à deux droites parallèles dont la distance est égale au diamètre de la forme géométrique. Le conférencier a abordé les paradoxes en faisant un détour par la « No Name Street » et mentionnant le fait que tout nombre entier est caractérisé par une propriété. Ainsi le nombre 1729 est le premier nombre qui s'écrit de deux façons différentes comme somme de deux cubes, puisque nous avons les relations $1729 = 1^3 + 12^3$ et $1729 = 9^3 + 10^3$. Un autre détour a amené l'auditoire vers

l'encyclopédie des suites d'entiers, qui permet de trouver les propriétés particulières de certaines suites d'entiers.

Ivars Peterson a aussi montré à son auditoire de quelle façon les nombres ont inspiré les artistes. Par exemple, Arlene Stamp s'est inspirée de l'écriture binaire des entiers pour réaliser ses frises, et des décimales de π pour réaliser une murale dans une station de métro de Toronto. La fontaine de Helaman Ferguson est inspirée des nombres de Fibonacci. La géométrie a inspiré Sol LeWitt pour sa pyramide à quatre faces, ses murales colorées et ses cubes ouverts incomplets, ainsi qu'Arthur Silverman, Robinson Fredenthal et Ted Bieler, pour leurs sculptures utilisant des polyèdres. Une visite au Musée des beaux-arts du

Canada à Ottawa a été l'occasion d'une digression sur le jeu de poursuite et les remarquables spirales générées par les poursuivants.

Le conférencier a montré le pavillon américain à Expo 67 (la Biosphère) et attiré l'attention de l'auditoire sur la structure hexagonale des cellules. Il a expliqué, animation à l'appui, pourquoi des pentagones sont nécessaires pour compléter la structure. Ivars Peterson a transmis à son auditoire sa fascination pour les bandes de Möbius, en démontrant qu'elles apparaissent dans de nombreuses sculptures, ainsi que dans le symbole bien connu du recyclage, qui est parfois reproduit de manière erronée. En effet, la frontière du vrai symbole est un nœud trivial, alors que la frontière du faux symbole est un nœud de trèfle.



Sculpture de Richard Ferguson représentant une bande de Möbius

Vers la fin de sa conférence, Ivars Peterson parla des fractales, qui sont de merveilleux modèles pour les formes de la nature. Il termina sa conférence en montrant une sculpture de Helaman Ferguson, « Tore ombilical », dont la section est une hypocycloïde et dont les motifs de surface sont une imitation d'une courbe de Peano. Le message d'Ivars Peterson à son auditoire était d'ouvrir les yeux et de remarquer les mathématiques dans tout ce qui nous entoure. Les yeux pétillants à la sortie de la conférence et les conversations pendant le vin d'honneur ont confirmé que le conférencier avait bien accompli sa mission !

Magma 2010 Conference on p -adic L -functions

by Matthew Greenberg (University of Calgary)

To kick off its thematic semester on *Number Theory as an Experimental and Applied Science*, the CRM played host to the Magma 2010 Conference on p -adic L -functions. This conference brought together forty participants, both students and researchers, from Australia, Canada, China, England, France, Japan, and the United States, with the goal of developing applications of computer algebra and “ p -adic numerical analysis” to fundamental problems of number theory.

The conference opened with a wide-ranging lecture by Henri Darmon (McGill) on the application of p -adic L -functions to the explicit construction of many gems of arithmetic — units in rings of algebraic integers and rational points on abelian varieties. This theme was expanded upon in the lectures of Hugo Chapdelaine (Laval), Samit Dasgupta (Santa Cruz), and Marc Masdeu-Sabate (McGill).

Another major theme of the conference was the interplay between theoretical insight and advances in explicit computation. This was particularly evident in a sequence of lectures dealing with overconvergent modular symbols. Joël Bellaïche (Brandeis) lectured on an exciting new theoretical development — the application of the theory of overconvergent modular symbols to the construction of critical p -adic L -functions. Matthew Greenberg (Calgary) and Glenn Stevens (Boston) discussed other aspects of these symbols, focusing on their explicit nature and their suitability for implementation in computer algebra systems.

Iwasawa theory also featured prominently in the program. In a talk with the provocative title *Why Iwasawa Theorists Need p -adic L -Functions*, Christian Wüthrich (Nottingham) convinced the Iwasawa theorists that they do. Expanding on this theme, Lawrence Washington (Maryland) spoke about a question in algebraic number theory motivated by Iwasawa theory while Ralph Greenberg (Washington) gave constructions for (analytic and algebraic) p -adic L -functions associated with Artin representations. On the computational side, Kazuo Matsuno (Tsuda) discussed 2-adic cyclotomic μ -invariants of ordinary elliptic curves while Zhibin Liang (Capital Normal) explained the theory and calculations related to the conjecture of Birch and Swinnerton-Dyer for elliptic curves with complex multiplication.

Topics related to p -adic automorphic forms and p -adic Hodge theory were also on the agenda. Jeehoon Park (CICMA) presented a construction of Teitelbaum-type L -invariants for Hilbert modular forms on definite quaternion algebras. Lassina Dembele (Warwick) gave evidence for a multiplicity one conjecture for mod p quaternionic automorphic forms. Bryden Cais (CICMA) discussed connections between Hida families of modular forms and p -adic Hodge theory.

The conference was capped off by a wonderful colloquium lecture by John Coates (Cambridge) on the past, present, and future of Iwasawa theory and p -adic L -functions. The hospitality and excellent environment for scientific exchange provided by the CRM were appreciated by all and facilitated a productive and highly successful conference.

Le Bulletin du CRM

Volume 16, N° 1
Printemps 2010

Le *Bulletin du CRM* est une lettre d'information à contenu scientifique, faisant le point sur les actualités du Centre de recherches mathématiques.

ISSN 1492-7659

Le Centre de recherches mathématiques (CRM) a vu le jour en 1969. Actuellement dirigé par M. Peter Russell, il a pour objectif de servir de centre national pour la recherche fondamentale en mathématiques et leurs applications. Le personnel scientifique du CRM regroupe plus d'une centaine de membres réguliers et de boursiers postdoctoraux. De plus, le CRM accueille chaque année entre mille et mille cinq cents chercheurs du monde entier.

Le CRM coordonne des cours de cycles supérieurs et joue un rôle prépondérant (en collaboration avec l'ISM) dans la formation de jeunes chercheurs. On retrouve partout dans le monde de nombreux chercheurs ayant eu l'occasion de parfaire leur formation en recherche au CRM. Le Centre est un lieu privilégié de rencontres où tous les membres bénéficient de nombreux échanges et collaborations scientifiques.

Le CRM tient à remercier ses divers partenaires pour leur appui financier à sa mission : le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada, le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies, la National Science Foundation, le Clay Mathematics Institute, l'Université de Montréal, l'Université du Québec à Montréal, l'Université McGill, l'Université Concordia, l'Université Laval, l'Université d'Ottawa, l'Université de Sherbrooke, le réseau MITACS, ainsi que les fonds de dotation André-Aisenstadt et Serge-Bissonnette.

Directeur : Peter Russell

Directeur d'édition : Odile Marcotte
Conception et infographie : André Montpetit

Centre de recherches mathématiques
Pavillon André-Aisenstadt
Université de Montréal
C.P. 6128, succ. Centre-Ville
Montréal, QC H3C 3J7
Téléphone : 514.343.7501
Télocopieur : 514.343.2254
Courriel : CRM@CRM.UMontreal.CA

Le Bulletin est disponible au
crm.math.ca/docs/docBul_fr.shtml.