

Leçons d'analyse classique

Exposition d'un cours fait par Paul Koosis

Par Philippe Poulin

CRM Monograph Series, Vol. 36, AMS, 2015

ISBN: 978-1-4704-1993-6

Revue du livre par *Jean-Pierre Kahane*, Université Paris-Sud



Leçons d'analyse classique

Ce livre est d'une profonde originalité. Je ne lui en connais d'équivalent ni de modèle en aucune langue. Le cours de Paul Koosis a été donné en anglais en 2005-2006. Sur sa demande, il a été rédigé en français par Paul Poulin, remanié par Koosis et par Poulin, et revu par plusieurs lecteurs avant sa sortie en 2015.

Le titre, *Leçons d'analyse classique*, correspond bien au contenu et au style, et pourtant il est trompeur. Il s'agit bien de sujets d'analyse classique, fonctions analytiques d'une variable complexe, approximation pondérée par polynômes ou sommes d'exponentielles, quasi-analyticité, fonctions et mesures harmoniques, problème de Dirichlet, et l'on y trouve de grands et beaux théorèmes dus à Hadamard, Jensen, Harnack, Serge Bernstein, Carleman, Titchmarsh, Cartwright, Caratheodory, Paley et Wiener, Levinson, Akhiezer, Szolem Mandelbrojt, Beurling et Ahlfors, entre autres.

Il s'agit bien de leçons. De temps en temps, une petite remarque historique ou une anecdote sur un auteur. A la fin, douze pages de compléments et dix « devoirs » qui, il faut le dire, débordent largement le contenu des leçons. Par exemple, les fonctions moyenne-périodiques, ici appelées (pourquoi pas ?) fonctions moyen-périodiques, font l'objet d'un devoir. Et surtout, il y a un « devoir supplémentaire », très bien venu, avec une jolie démonstration du théorème de Frédéric et Marcel Riesz sur la continuité absolue des mesures dont le spectre est vide sur une demi-droite.

En quoi le titre est-il trompeur ? C'est qu'il ne rend pas compte de l'actualité des sujets et des méthodes. Koosis renouvelle les sujets en insistant sur des aspects peu connus (disons, les apports de Levinson et de Beurling à la quasi-analyticité) et surtout sur des preuves récentes ou des méthodes d'attaque puissantes (je pense au beau chapitre sur les mesures extrémales). Ici le guide est simplement le goût de Koosis, et le lecteur que je suis est plus entraîné par ce goût que par l'architecture d'un traité.