Geometric Group Theory/Théorie géométrique des groupes
3–14 *july*/juillet, 2006
• ATELIER •

Simplicity of Kac–Moody lattices
Simplicité des groupes de Kac–Moody

Bertrand Remy
remy@math.univ-lyon1.fr
Institit Camille Jordan, UFR de mathématiques
Université Claude Bernard Lyon 1
UMR 5208 CNRS, 21 rue Claude Bernardv
69622 Villeurbanne cedex
FRANCE

Abstract

We study Kac–Moody lattices whose Weyl group is infinite but not of affine type. They are finitely generated (often finitely presented and Kazhdan) groups acting on buildings whose apartments are not Euclidean tesselations. The main result is the simplicity of these groups (it is the final result of collaborations with U. Bader *and* Y. Shalom, *more recently with* P.-E. Caprace).

These groups are defined by means of a presentation arising from algebraic and combinatorial considerations; it is difficult to formulate it explicitly. Fortunately, such a group is well understood via its action on the associated pair of twin buildings. Loosely speaking, the proof is based on the same idea as for some lattices in products of trees (Burger–Mozes). First, we show that these groups have the normal subgroup property (every normal subgroup has finite index) as for most lattices in Lie groups. Then we exclude the existence of finite quotients thanks to a weak hyperbolicity property of infinite non-affine Coxeter groups (i.e. those virtually surjecting onto non-abelian free groups). The talk will focus on an example which will enable us to avoid some technicalities of the general case.

Nous étudions les réseaux de Kac–Moody dont le groupe de Weyl est infini mais non de type affine. Ce sont des groupes de type fini (souvent de présentation finie et jouissant de la propriété T) opérant sur des immeubles dont les appartements ne sont pas des pavages euclidiens. Le résultat principal est la simplicité de ces groupes sont simples

(c'est l'aboutissement de collaborations avec *U. Bader* et *Y. Shalom*, plus récemment avec *P.-E. Caprace*).

Ces groupes sont définis au moyen d'une présentation issue de considérations algébriques et combinatoires ; elle est difficile à formuler explicitement. Heureusement, un tel groupe est bien compris à travers son action sur la paire d'immeubles jumelés qui lui est associée. Vue de loin, la preuve de la simplicité est basée sur la même idée que pour certains réseaux de produits d'arbres (M. Burger et Sh. Mozes). D'abord, on montre que ces groupes ont la propriété du sous-groupe normal (i.e. que tout sous-groupe normal non central est d'indice fini) comme la plupart des réseaux des groupes de Lie. Ensuite, on exclut l'existence de quotients finis pour ces groupes grâce à une propriété d'hyperbolicité faible des groupes de Coxeter infinis non affines (i.e. se surjectant virtuellement sur des groupes libres non abéliens). L'exposé sur concentrera sur un exemple qui permet d'éviter certaines difficultés techniques du cas général.